
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang Akademik 2005/2006

November 2005

EUM 111 – MATEMATIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 Jam

ARAHAN KEPADA CALON:-

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **SEPULUH (10)** muka surat bercetak dan **TUJUH (7)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan.

Agihan markah diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Semua soalan hendaklah dijawab di dalam **Bahasa Malaysia**

1. (a) Suatu hidupan bakteria diketahui meningkat berkadar dengan jumlah bakteria yang ada. Selepas satu jam, 1000 hidupan bakteria wujud dan selepas empat jam didapati 3000 hidupan bakteria wujud. Biarkan $N(t)$ mewakili bilangan hidupan bakteria pada sebarang masa t . Kadar perubahan bagi N , $\frac{dN}{dt}$ diberikan sebagai

A bacteria culture is known to grow at a rate proportional to the amount present. After one hour, 1000 strands of the bacteria are observed in the culture and after four hours, 3000 strands. Let $N(t)$ denote the number of bacteria strands in the culture at time t . The rate of change of N , $\frac{dN}{dt}$ is given by

$$\frac{dN}{dt} - kN = 0 \quad k \text{ ialah pemalar}$$

k is constant

Cari

Find

- (i) sebutan bagi anggaran bilangan bakteria pada sebarang masa t .
an expression for the approximate number of bacteria present in the culture at any time t .
- (ii) anggaran bilangan bakteria pada awalnya. (pada $t = 0$).
the approximate number of strands of the bacteria originally in the culture (at $t = 0$).

(6 markah)

...3/-

- (b) Selesaikan $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ dengan menggunakan kaedah perubahan parameter.

Solve $y'' - y' - 2y = e^{3x}$ by using variation of parameters method.

(8 markah)

- (c) Satu silinder yang berjejari, $r = 5\text{cm}$ dan berjisim, $m = 2000\text{g}$ terendam sebahagian badannya di dalam air yang berketumpatan, $\rho = 2450 \text{ dynes/cm}^3$ dengan tingginya berselari dengan paksi mencancang (y). Dengan sesaran awal, $x = -1.8$ dan halaju awal $\dot{x} = 0$, silinder tersebut berayun ke arah paksi y -positif dan paksi- y negatif. Tentukan sebutan bagi pergerakan silinder, $x(t)$ jika persamaan pembezaan bagi pergerakan tersebut diberikan sebagai

A cylinder of radius, $r = 5\text{cm}$ and mass, $m = 2000\text{g}$ partially submerged in water having weight density, $\rho = 2450 \text{ dynes/cm}^3$ with its height parallel to the vertical axis (y). The cylinder is set in motion in positive- y and negative- y direction by given an initial displacement, $x = -1.8$ and initial velocity $\dot{x} = 0$. Determine an expression for the motion, $x(t)$ of the cylinder if the differential equation of the subsequent motion is given by

$$\ddot{x} + \frac{\pi r^2 \rho}{m} x = 0$$

(6 markah)

...4/-

2. (a) Dalam paip pemprosesan arang, aliran cecair arang, V sepanjang paip diberikan sebagai

In a coal processing pipe, the flow V of slurry along a pipe is given by

$$V = \frac{\pi \rho r^4}{8 \eta \ell}$$

Jika r dan ℓ kedua-duanya bertambah 5% dan ρ dan η masing-masingnya berkurang sebanyak 10% dan 30%, cari anggaran peratusan perubahan dalam V .

If r and ℓ both increase by 5% and ρ and η decrease by 10% and 30% respectively, find the approximate percentage change in V .

(8 markah)

- (b) Pertimbangkan satu bar yang ditebat kecuali pada hujungnya. Persamaan haba diberikan sebagai

Consider a uniform bar insulated except at its ends. The heat equation is given by

$$\alpha^2 U_{xx} = U_t$$

$$U(0,t) = 0, \quad U(100,t) = 0$$

$$U(x,0) = f(x)$$

Cari penyelesaian bagi persamaan haba, $U(x,t)$ jika

Find a solution of the heat equation, $U(x,t)$ if

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 25 \\ 50, & 25 \leq x \leq 75 \\ 0, & 75 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

(12 markah)

...5/-

3. (a) Tunjukkan bahawa fungsi $y_m(x) = \cos mx$ dan $y_n(x) = \sin nx$ adalah beortogon antara sama lain di dalam selang $-\pi \leq x \leq \pi$

Show that the functions $y_m(x) = \cos mx$ and $y_n(x) = \sin nx$ are orthogonal over the interval $-\pi \leq x \leq \pi$

(5 markah)

- (b) Buktikan bahawa $\nabla \cdot (\phi A) = (\nabla \phi) \cdot A + \phi (\nabla \cdot A)$

Prove that $\nabla \cdot (\phi A) = (\nabla \phi) \cdot A + \phi (\nabla \cdot A)$

(5 markah)

- (c) Suatu rantau V ditakrifkan oleh hemisfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16, z \geq 0, y \geq 0$ dan satah-satah $z = 0, y = 0$. Satu medan vektor $F = xyi + y^2j + k$ wujud di dalam rantau dan juga di sempadan yang diberikan. Tentusahkan bahawa teorem capahan Gauss bagi rantau yang diberikan.

A region V is defined by the hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = 16, z \geq 0, y \geq 0$ and the planes $z = 0, y = 0$. A vector field $F = xyi + y^2j + k$ exists throughout and on the boundary of the region. Verify the Gauss divergence theorem for the region stated.

(10 markah)

...6/-

4. (a) Jika $F = 3xyi - 5zj + 10zk$ dapatkan nilai $\int_c F \cdot dr$ di sepanjang lengkung $x = t^2 + 1, y = 2t^2, z = t^3$ dari $t = 1$ ke $t = 2$

If $F = 3xyi - 5zj + 10zk$ evaluate $\int_c F \cdot dr$ along the curve $x = t^2 + 1, y = 2t^2, z = t^3$ from $t = 1$ to $t = 2$

(5 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa $\nabla^2 \left(\frac{1}{|r|} \right) = 0$ jika diberikan $r = xi + yj + zk$

Show that $\nabla^2 \left(\frac{1}{|r|} \right) = 0$ given $r = xi + yj + zk$

(7 markah)

- (c) Tentusahkan teorem Stoke's bagi $A = 3yi - xzj + yz^2k$, dengan S merupakan permukaan bagi paraboloid $2z = x^2 + y^2$ yang disempadani oleh $z = 2$.

Verify Stoke's theorem for $A = 3yi - xzj + yz^2k$, where S is the surface of the paraboloid $2z = x^2 + y^2$ bounded by $z = 2$ and its boundary.

(8 markah)

5. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan menggunakan kaedah operator D.

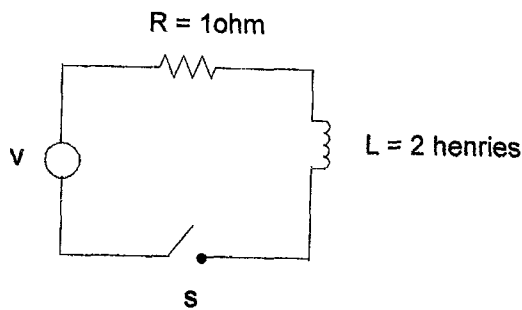
Using operator D method solve the following differential equation.

$$y'' + 4y' + 3y = \cos 3x$$

(8 markah)

- (b) Sebuah litar mengandungi perintang $R = 1\text{ohm}$, satu induktor $L = 2$ henries dan sebuah bateri dengan voltan $v(t)$ seperti Rajah 5 di bawah. Apabila suis S dimatikan pada masa $t = 0$, arus elektrik pada litar adalah sifar.

A resistor of $R = 1\text{ohm}$, an inductor of $L = 2$ henries and a battery of $v(t)$ volts are connected in series with a switch S (as shown in Figure 5). Prior to closing the switch at time $t = 0$, the resulting current in the circuit is zero.



Rajah 5(a)
Figure 5(a)

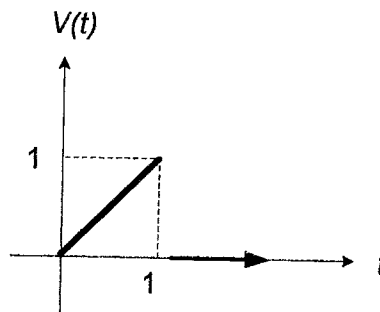
Daripada Hukum Kirchoff kita dapatkan persamaan pembezaan seperti berikut:

From Kirchoff's law we obtained the following differential equation:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = v(t)$$

- (i) Jika $v(t)$ adalah seperti dalam Rajah 6.
If $v(t)$ is as given in Figure 6.

...8/-



Rajah 5(a)
Figure 5(a)

dapatkan Jelmaan Laplace untuk $v(t)$.
find the Laplace Transform of $v(t)$.

- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan Jelmaan Laplace, tentukan arus elektrik i untuk $t > 0$.

Hence, using Laplace Transform, find the current i for $t > 0$.

(12 markah)

6. (a) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan menggunakan kaedah siri kuasa.

Using the power series method solve the following differential equation.

$$(x^2 - 4)y'' + 3xy' = 0$$

(10 markah)

- (b) Suatu sistem mempunyai persamaan gerakan

A system has the equation of motion

$$\ddot{x} + 5\dot{x} + 6x = f(t)$$

...9/-

dengan $f(t)$ adalah dedenyut berukuran 10 unit dikenakan pada $t = 4$.

Where $f(t)$ is an impulse of 10 units applied at $t = 4$.

- (i) Tuliskan ungkapan untuk $f(t)$ dan carikan Jelmaan Laplace bagi $f(t)$. Pada $t = 0$, $x = 0$ dan $\dot{x} = 2$.

Write an expression for $f(t)$ and find the Laplace Transform of $f(t)$.

At $t = 0$, $x = 0$ and $\dot{x} = 2$.

- (ii) Dengan menggunakan Jelmaan Laplace, dapatkan anjakan x dalam sebutan t .

Using Laplace Transform find the displacement x in terms of t .

(10 markah)

7. (a) Tentukan titik-titik pegun bagi $z = x^3 - 3x + xy^2$ dan ciri titik-titik pegun tersebut.

Determine the stationary values of $z = x^3 - 3x + xy^2$ and their nature.

(7 markah)

- (b) Dapatkan $\nabla\phi$ jika

Find $\nabla\phi$ if

(i) $\phi = \ln|r|$

(ii) $\phi = \frac{1}{|r|}$

dengan $r = xi + yj + zk$

given $r = xi + yj + zk$

(6 markah)

... 10/-

- (c) Dengan menggunakan Jadual Jelmaan Laplace, dapatkan Jelmaan Laplace untuk fungsi yang diberikan di bawah:

Using the Laplace Transform Table, find the Laplace transform of the function given below:

$$f(t) = (1 - 3e^{-4t}) \cos 5t + e^{3t} \left(-4t + 10 \sin \frac{t}{2} \right)$$

(2 markah)

- (i) Lakarkan fungsi yang diberikan di bawah:

Sketch the function given below:

$$f(t) = e^t$$

$$0 < t < 2\pi$$

$$f(t + 2\pi) = f(t)$$

- (ii) Seterusnya, tentukan Jelmaan Laplace bagi fungsi dalam (i).

Hence, determine the Laplace Transform for the function in (i)..

(5 markah)

ooo0ooo