

Dibawah
E & E

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

EUM 111/101 – MATEMATIK KEJURUTERAAN

Masa : 3 Jam

ARAHAN KEPADA CALON:-

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN (9)** muka surat bercetak dan **TUJUH (7)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan.

Agihan markah diberikan di sut sebelah kanan soalan berkenaan.

Semua soalan hendaklah dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Dapatkan siri sinus separuh julat bagi fungsi $f(x)$ yang berikut:

Determine a half-range sine series to represent the function $f(x)$ defined by:

$$f(x) = 1 + x \quad , \quad 0 < x < \pi$$

$$f(x) = f(1 + 2\pi)$$

(5 markah/marks)

- (b) Satu medan skalar $v = xyz$ wujud pada satu permukaan lengkung S iaitu $x^2 + y^2 = 4$ antara satah $z = 0$ dan $z = 3$ dalam oktan pertama. Dapatkan $\int_S v ds$ bagi permukaan tersebut.

A scalar field $v = xyz$ exists over the curved surface S defined by $x^2 + y^2 = 4$ between the planes $z = 0$ and $z = 3$ in the first octant. Evaluate $\int_S v ds$ over this surface.

(8 markah/marks)

- (c) Jika $V = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$ dan $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, tunjukkan bahawa

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$$

If $V = \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$ and $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, show that

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$$

(7 markah/marks)

2. (a) Dapatkan $\int_S F \cdot ds$ dengan $F = 2yj + zk$ dan S merupakan permukaan bagi $x^2 + y^2 = 4$ yang terletak dalam oktan pertama dan kedua yang disempadani oleh satah-satah $z = 0, z = 5$ dan $y = 0$.

Evaluate $\int_S F \cdot ds$ where $F = 2yj + zk$ and S is the surface $x^2 + y^2 = 4$ in the first two octants bounded by the planes $z = 0, z = 5$ and $y = 0$.

(8 markah/marks)

- (b) Seutas tali diregangkan antara dua titik sepanjang 10 cm. Bahagian tengah tali tersebut diangkat menegak 2 cm dari kedudukan rehat atau asalnya ke arah sudut kanan dari kedudukan asal tali tersebut dan kemudian dilepaskan supaya halaju awalnya adalah sifar. Dengan menggunakan persamaan $\frac{\partial^2 u}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ dan nilai $c^2 = 1$, dapatkan $u(x, t)$.

A perfectly elastic string is stretched between two points 10 cm apart. Its centre point is displaced 2 cm from its position of rest at right angles to the original direction of the string and then released with zero velocity.

Applying the equation $\frac{\partial^2 u}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ with $c^2 = 1$, determine the subsequent motion $u(x, t)$.

(12 markah/marks)

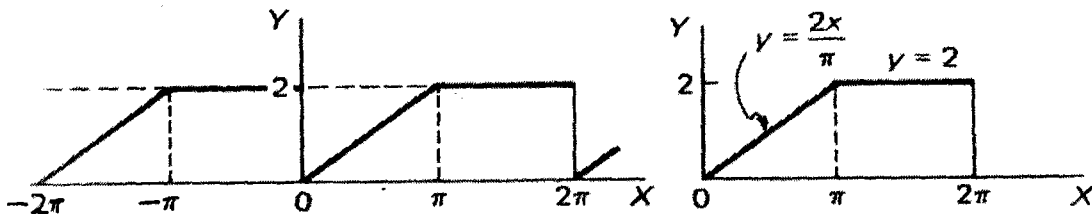
3. (a) Jumlah luas permukaan S bagi sebuah kon dengan jejari tapak r dan ketinggian h diberi oleh $S = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. Jika r dan h masing-masing bertambah pada kadar 0.25 cm/s , dapatkan kadar pertambahan S apabila $r = 3 \text{ cm}$ dan $h = 4 \text{ cm}$.

The total surface area S of a cone of base radius r and perpendicular height h is given by $S = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. If r and h are each increasing at the rate of 0.25 cm/s , find the rate at which S is increasing at the instant when $r = 3 \text{ cm}$ and $h = 4 \text{ cm}$.

(6 markah/marks)

- (b) Dapatkan kembangan siri fourier bagi fungsi di bawah.

Determine the fourier series for the function shown below.



(7 markah/marks)

(c) Dapatkan penyelesaian bagi $\iint_S A \cdot n ds$, dengan $A = xyi - x^2 j + (x + z)k$,

S merupakan sebahagian daripada satah $2x + 2y + z = 6$ yang terletak di dalam oktan pertama dan n ialah unit normal terhadap S.

Evaluate $\iint_S A \cdot n ds$, where $A = xyi - x^2 j + (x + z)k$, S is that portion of

the plane $2x + 2y + z = 6$ included in the first octant, and n is unit normal to S.

(7 markah/marks)

4. (a) Cari jelmaan Laplace songsang bagi fungsi berikut :

Find the inverse Laplace transforms of the following functions :

[i]
$$\frac{s + 4}{s^2 + 4s + 8}$$

[ii]
$$\frac{1}{(s^2 + 1)(s^2 + 4s + 8)}$$

(6 markah/marks)

(b) Dengan menggunakan keputusan dalam bahagian 4(a), selesaikan persamaan pembezaan biasa berikut dengan kaedah Laplace.

Using the results of part 4(a), solve the following ordinary differential equation by Laplace method.

$$y'' + 4y' + 8y = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

(4 markah/marks)

...6/-

- (c) Seterusnya, selesaikan persamaan pembezaan biasa bahagian 4(b) dengan kaedah koefisien tak diketahui.

Then, solve the ordinary differential equation in part 4(b) by the method of undetermined coefficients.

(10 markah/marks)

5. (a) Cari jelmaan Laplace bagi
Find the Laplace transforms of

[i] ψ^3

[ii] $e^{p\psi} \sin q\psi$, p, q - pemalar
constant

(2 markah/marks)

- (b) Cari jelmaan Laplace songsang bagi
Find the inverse Laplace transforms of

[i] $\frac{120}{(s-5)^5}$

[ii] $\frac{1440}{(s+3)^7}$

(2 markah/marks)

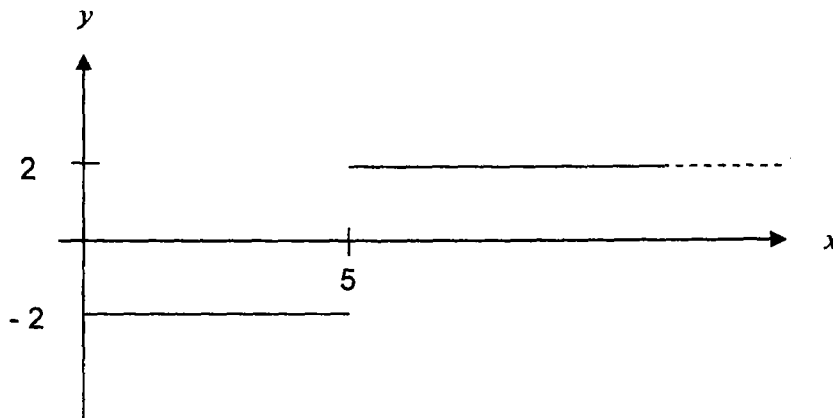
- (c) Selesaikan persamaan pembezaan biasa berikut.
Solve the following ordinary differential equation.

$$2u^2 ve^u v' + e^u (u^2 v^2 + 2uv^2) = -2v' - 6u$$

(8 markah/marks)

- (d) Tanpa menggunakan jadual jelmaan Laplace, cari jelmaan Laplace bagi fungsi yang ditakrifkan dalam graf di bawah :

Without using the table of Laplace transform, find the Laplace transform of the function defined in the graph below :



(8 markah/marks)

6. (a) Cari penyelesaian am bagi
Find the general solution of

[i] $u'' = 0$

[ii] $u'' + \lambda^2 u = 0.$

$u'(0) = u_0, \quad u(0) = 0, \quad \lambda - \text{pemalar}$
constant

(3 markah/marks)

- (b) Dengan penggantian $y = ux$, selesaikan persamaan berikut dengan menggunakan kaedah boleh pisah.

By substituting $y = ux$, solve the equation using separable method.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy^2 + 2y^3}{x^3 + x^2y + xy^2}$$

(7 markah/marks)

- (c) Berdasarkan kepada litar RL yang terdiri daripada perintang R (dalam ohms), induktor L (dalam henries) dan daya elektromotif E (dalam volts), persamaan bagi arus I diberikan sebagai

According to a RL circuit consisting of a resistor R (in ohms), an inductor L (in henries) and an electromotive force E (in volts), equation of the current I is given by

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{E}{L}$$

Jika daya elektromotif = $3 \sin 2t$, rintangan = 20Ω , induktor = 0.5 henry dan arus awal = 4 amperes, cari arus I pada sebarang masa t dengan menggunakan

If electromotive force = $3 \sin 2t$, resistance = 20Ω , inductance = 0.5 henries and initial current = 4 amperes, find the current I at any time t using

[i] kaedah persamaan pembezaan linear peringkat pertama.

linear first order differential equation method.

[ii] kaedah operator-D.

D-operator method.

(10 markah/marks)

7. (a) Selesaikan yang berikut dengan menggunakan operator-D.
Solve the following using D-operator.

$$\frac{d^2y}{dt^2} - y = 2e^{-x} - 4xe^{-x} + 10 \cos 2x$$

Nota,

Note,

$$(1-x)^{-1} = 1 + \frac{(-1)}{1!}(-x) + \frac{(-1)(-2)}{2!}(-x)^2 + \frac{(-1)(-2)(-3)}{3!}(-x)^3 + \dots$$

(10 markah/marks)

- (b) Tentusahkan teorem capahan bagi medan vektor $F = x^2i + zj + yk$ yang terletak dalam kawasan yang disempadani oleh satah-satah,

$$z = 0, z = 2, x = 0, x = 1, y = 0, y = 3$$

Verify the divergence theorem for the vector field $F = x^2i + zj + yk$ taken over the region bounded by the planes,

$$z = 0, z = 2, x = 0, x = 1, y = 0, y = 3$$

(10 markah/marks)