
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
Academic Session 2016/2017
June 2017

MGM 531 – Euclidean Geometry
[Geometri Euklidan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions : Answer **all three** [3] questions.

Arahan : Jawab **semua tiga** [3] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. On a new page, draw a triangle ABC with the lengths of its sides $a = 6$ cm, $b = 5$ cm and $c = 4$ cm such that BC is the (horizontal) base, with the vertex B at (approximate) distances of 11 cm from the top of your page and 7 cm from the left margin. (Use another separately new page for the calculations involved.)
 - (i) Draw the three internal angle bisectors of ABC by using a compass, pencil and ruler. Discuss why these bisectors are concurrent at the incentre, I , of ABC .
 - (ii) Draw the incircle of ABC .
 - (iii) Prove that the altitude of ABC from A to BC equals $5\sqrt{7}/4$ cm. Hence find the area of ABC .
 - (iv) Find the areas of the triangles IAB , IBC and ICA in terms of r , the inradius of ABC . Hence, use your answer in (iii) to calculate the value of r .
 - (v) Draw the three external angle bisectors of ABC by using a compass, pencil and ruler. Discuss why any two of these bisectors are concurrent with the internal bisector on the other angle. [Hint: Use the equidistance of the angle bisector from the two lines that form the angle.]
 - (vi) Draw the three excircles of the triangle ABC . Hence, discuss the accuracy of all your drawings.

[45 marks]

1. Pada suatu muka surat baru, lukiskan segi tiga ABC yang panjang sisinya $a = 6$ cm, $b = 5$ cm dan $c = 4$ cm sedemikian hingga BC merupakan asas (mendatar), dengan verteks B pada jarak (lebih kurang) 11 cm dari atas muka surat dan 7 cm dari margin kiri. (Gunakan satu lagi muka surat yang baru untuk membuat pengiraan yang terlibat.)
- (i) Lukiskan tiga pembahagi sama sudut dalam bagi ABC dengan menggunakan kompas, pensil dan pembaris. Bincangkan kenapa ketiga-tiganya saling bertemu pada "incentre", I , bagi ABC .
 - (ii) Lukiskan "incircle" bagi ABC .
 - (iii) Buktikan bahawa altitud bagi ABC dari A ke BC bersamaan $5\sqrt{7}/4$ cm. Dengan demikian cari luas ABC .
 - (iv) Cari luas bagi IAB , IBC dan ICA dalam sebutan r , "inradius" bagi ABC . Dengan demikian, gunakan jawapan anda di (iii) untuk mengira nilai r .
 - (v) Lukiskan tiga pembahagi sama sudut luar bagi ABC dengan menggunakan kompas, pensil dan pembaris. Bincangkan kenapa titik pertemuan antara sebarang dua daripada pembahagi ini berada pada pembahagi sama sudut dalam yang lagi satu. [Petua: Gunakan kesamaan jarak dari garis pembahagi sama untuk sebarang sudut dari dua garis lurus yang membentuk sudut itu.]
 - (vi) Lukiskan ketiga-tiga "excircle" bagi segi tiga ABC . Dengan demikian, bincangkan ketepatan lukisan anda.

[45 markah]

2. Consider a triangle ABC with medians BE , CF and AD .

- (i) State Ceva's theorem and use it to prove that the three medians of the triangle are concurrent at a point, G . [Hint: Assume that AD and BE are medians that meet at G , and prove that the other cevian CF passing through G must be a median.]
- (ii) By considering the altitude of the triangle BCG from G to BC , prove that the area of the two triangles GBD and GDC are equal to each other.
- (iii) Now show that area of the two triangles ABD and ADC are equal to each other.
- (iv) Hence, show that the areas of those six triangles determined by the three medians within ABC are equal to each other.

[25 marks]

2. *Pertimbangkan suatu segi tiga ABC dengan median BE , CF dan AD .*

- (i) *Nyatakan teorem Ceva dan gunakannya untuk membuktikan bahawa ketiga-tiga mediannya bertemu pada satu titik yang sama, G . [Petua: Andaikan dua median yang berlainan bertemu pada G , dan buktikan bahawa sebarang cevian yang melalui G merupakan suatu median.]*
- (ii) *Pertimbangkan altitud BCG dari G ke BC , untuk menunjukkan bahawa luas kedua-dua segitiga GBD dan GDC adalah sama.*
- (iii) *Sekarang tunjukkan bahawa luas kedua-dua segitiga ABD dan ADC adalah sama.*
- (iv) *Dengan demikian, tunjukkan bahawa semua enam segitiga yang terbentuk oleh ketiga-tiga mediannya di dalam ABC mempunyai keluasan yang sama.*

[25 markah]

3. Prove the Butterfly Theorem for circles: Let M be the midpoint of a chord PQ on a circle. Given AB and CD are chords of the circle that pass through M (with A and C on the same side of the arc determined by PQ), such that the chords AD and BC meet PQ at points X and Y respectively. Then M is the midpoint of XY .

[30 marks]

3. *Buktikan Teorem Rama-rama bagi bulatan: Andaikan M merupakan titik tengah pada suatu kord PQ atas suatu bulatan. Diberikan AB dan CD merupakan kord-kord yang melalui M (dengan A dan C berada pada bahagian bulatan yang sama yang ditentukan oleh PQ), sedemikian hingga kord-kord AD dan BC bertemu PQ pada titik X dan Y masing-masing. Maka M merupakan titik tengah bagi XY .*

[30 markah]