



UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2016/2017 Academic Session

June 2017

MAA102 – Calculus for Science Students II
[Kalkulus untuk Pelajar Sains II]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **EIGHT** (8) questions.

Arahan: Jawab **LAPAN** (8) soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. Determine whether $\left\{\sqrt[n]{3^{2n+1}}\right\}$ converges or diverges. [10 marks]

1. Tentukan sama ada $\left\{\sqrt[n]{3^{2n+1}}\right\}$ menumpu atau mencapah. [10 markah]

2. Use an appropriate test to determine whether $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+100}{3n^2\sqrt{n}+2\sqrt{n}}$ converges or diverges. [10 marks]

2. Gunakan satu ujian yang sesuai untuk menentukan sama ada $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+100}{3n^2\sqrt{n}+2\sqrt{n}}$ menumpu atau mencapah. [10 markah]

3. For the function $f(x) = \frac{3}{16+x^2}$,
 (a) find the power series representation of f ;
 (b) determine the radius and interval of convergence for the power series in part (a). [10 marks]

3. Bagi fungsi $f(x) = \frac{3}{16+x^2}$,
 (a) cari perwakilan siri kuasa f ;
 (b) tentukan jejari dan selang penumpuan bagi siri kuasa dalam bahagian (a). [10 markah]

4. Evaluate the improper integral $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^4} dx$ or show that it is divergent. [10 marks]

4. *Nilaiikan kamiran tak wajar $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^4} dx$ atau tunjukkan bahawa ia adalah mencapah.* [10 markah]

5. A hiker is climbing a hill whose shape is given by the equation $z = 100 - 0.02x^2 - 0.03y^2$, where x , y and z are measured in meters, and she is standing at a point with coordinate $(20, 10)$. The positive x -axis points east and the positive y -axis points north. The height is denoted by z .

- (a) If the hiker walks due west, will she start to ascend or descend? At what rate?
- (b) If the hiker walks southeast, will she start to ascend or descend? At what rate?
- (c) In which direction is the slope largest? What is the rate of ascent/descent in that direction?

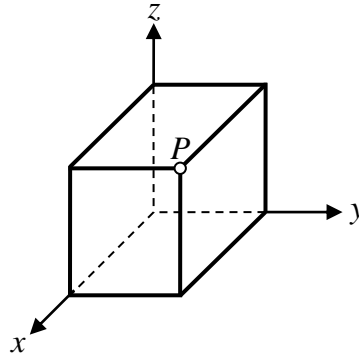
[15 marks]

5. *Seorang pendaki sedang mendaki bukit yang bentuknya diberikan oleh persamaan $z = 100 - 0.02x^2 - 0.03y^2$, dengan x , y dan z diukur dalam meter, dan dia berdiri pada satu titik dengan koordinat $(20, 10)$. Paksi- x positif menghala ke arah timur dan paksi- y positif menghala ke arah utara. Ketinggian ditandakan oleh z .*

- (a) *Jika pendaki tersebut berjalan ke arah barat, dia akan mula naik atau turun? Pada kadar berapa?*
- (b) *Jika pendaki tersebut berjalan ke arah tenggara, dia akan mula naik atau turun? Pada kadar berapa?*
- (c) *Pada arah manakah terletak cerun yang terbesar? Apakah kadar pendakian pada arah tersebut?*

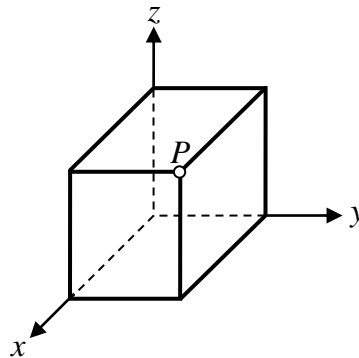
[15 markah]

6. A rectangular box is placed in the first octant as shown, with one corner at the origin and the three adjacent faces in the coordinate planes. The opposite point $P(x, y, z)$ is constrained to lie on the paraboloid $x^2 + y^2 + z = 1$. Find the critical point(s) of f which lies in the first quadrant ($x > 0, y > 0$). Determine the nature of the critical point(s) by using the second partials test.



[15 marks]

6. Satu kotak segiempat tepat diletakkan di oktan pertama seperti yang ditunjukkan, dengan satu sudut di asalan dan tiga muka bersebelahan pada satah-satah koordinat. Titik bertentangan $P(x, y, z)$ dikekang untuk terletak pada paraboloid $x^2 + y^2 + z = 1$. Cari titik(-titik) genting f yang berada dalam sukuan pertama ($x > 0, y > 0$). Tentukan sifat titik(-titik) genting tersebut dengan menggunakan ujian separa kedua.



[15 markah]

7. Sketch the region R enclosed by the given relations, and then evaluate $\iint_R 1 \, dA$ over the region R :

(a) $R = \left\{ (x, y) : \cos x \leq y \leq \sin 2x \text{ and } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$

(b) $R = \left\{ (r, \theta) : 1 \leq r \leq 3 \text{ and } 0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \right\}.$

[15 marks]

7. Lakarkan rantau R yang dibatasi oleh hubungan yang diberikan, dan seterusnya nilaikan $\iint_R 1 \, dA$ pada rantau R tersebut:

$$(a) \quad R = \left\{ (x, y) : \cos x \leq y \leq \sin 2x \text{ dan } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$

$$(b) \quad R = \left\{ (r, \theta) : 1 \leq r \leq 3 \text{ dan } 0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \right\}.$$

[15 markah]

8. Forest Service ecologists have determined that a national forest can sustain a maximum population of 900 deer. When the forest is first designated as a wildlife preserve, there are 100 deer. Two years later there are 140 deer. Let y be the number of deer in the population, t the time measured in year, k the growth rate per year and N the maximum deer population.

(a) Write the differential equation that gives the rate of change in deer population over time if $\frac{dy}{dt} \propto (N - y)$.

(b) Solve the differential equation in (a) for $y(t)$. Find k .

(c) Sketch the graph of $y(t)$ over time.

[15 marks]

8. Pakar ekologi Perkhidmatan Hutan telah menentukan bahawa suatu hutan negara boleh mengekalkan populasi maksimum sebanyak 900 rusa. Apabila hutan itu mula-mula ditetapkan sebagai kawasan lindungan hidupan liar, terdapat 100 rusa dalam hutan tersebut. Dua tahun kemudian, terdapat 140 rusa. Biar y sebagai bilangan rusa dalam populasi tersebut, t masa yang diukur dalam tahun, k kadar pertumbuhan tahunan dan N populasi maksimum.

(a) Tulis persamaan pembezaan yang memberikan kadar perubahan populasi rusa terhadap masa jika $\frac{dy}{dt} \propto (N - y)$.

(b) Selesaikan persamaan pembezaan di (a) bagi $y(t)$. Cari k .

(c) Lakarkan graf $y(t)$ lawan masa.

[15 markah]