
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

MSG 253 – Queueing System and Simulations
[Sistem Giliran dan Simulasi]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIFTEEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA BELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **THREE** (3) questions.

Arahan: Jawab **TIGA** (3) soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. (a) Consider an $M/M/1$ queueing model with a finite input of size M . The mean time that a customer spend outside the queueing system is $1/\lambda$ and the mean service time is $1/\mu$.

- (i) Draw a rate diagram of this queueing system.
- (ii) Show that the average number of customers in the queueing system is:

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[1 - P_0]$$

$$\text{where } P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

is the probability that the system is idle.

[50 marks]

- (b) Customers arrive at a self-service petrol station at an average rate of 12 per hour. The station has a single pump. The time spent by a motorist at the pump has an exponential distribution with a mean of 3 minutes. In parts (i) to (iv), assume that there is no limit on the number of cars that can wait.

- (i) What proportion of the time is the pump busy?
- (ii) How many spaces for waiting cars should be made available on the station property to ensure that there is sufficient room to wait 85% of the time?
- (iii) What is the average time required for a customer to get petrol?
- (iv) If the arrival rate changes to 50 per hour, what is the minimum number of pumps required to handle the load? Answer parts (i) to (iii) for this number of pumps.
- (v) Analyze this system if the arrival rate is 45 per hour and four pumps are used. Assume that only four cars can wait in the queue. How many customers will be lost because of this limit?

[50 marks]

1. (a) *Pertimbangkan satu model giliran M/M/1 dengan input terhingga bersaiz M. Masa min seorang pelanggan berada diluar sistem giliran adalah $1/\lambda$ dan masa min layanan adalah $1/\mu$.*

- (i) *Lukiskan gambar rajah kadar bagi sistem giliran ini.*
- (ii) *Tunjukkan bahawa bilangan purata pelanggan di dalam sistem giliran adalah:*

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$\text{dengan } P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

adalah kebarangkalian bahawa sistem bersenang.

[50 markah]

- (b) *Pelanggan tiba di sebuah stesyen petrol layan-diri pada kadar purata 12 sejam. Stesyen itu hanya mempunyai sebuah pam. Masa yang diperlukan oleh seseorang pelanggan di pam adalah mengikut agihan eksponen dengan min 3 minit. Untuk bahagian (i) sehingga (iv), andaikan bahawa tidak ada sebarang had terhadap bilangan kenderaan yang menunggu.*

- (i) *Apakah kadaran masa pam adalah sibuk?*
- (ii) *Berapa banyak ruang menunggukah yang harus disediakan di stesyen itu untuk memastikan terdapat ruang menunggu yang mencukupi 85% daripada masanya?*
- (iii) *Berapakah masa purata yang diperlukan oleh seseorang pelanggan bagi mendapatkan petrol?*
- (iv) *Jika kadar ketibaan berubah menjadi 50 sejam, berapakan bilangan minimum pam yang diperlukan bagi menampung keadaan ini? Jawab bahagian (i) sehingga (iii) untuk bilangan pam sebegini.*
- (v) *Lakukan analisis bagi sistem ini jika kadar ketibaan adalah 45 sejam dan empat pam digunakan. Andaikan bahawa hanya empat kenderaan boleh menunggu dalam giliran. Berapakah bilangan pelanggan yang akan hilang disebabkan oleh had ini?*

[50 markah]

2. (a) *Syed Department Store* operates a fleet of 10 trucks. The trucks arrive at random times throughout the day at the store's truck dock to be loaded with new deliveries or to have incoming shipments from the regional warehouse unloaded. Each truck returns to the truck dock for service two times per 8-hour day. The mean service rate is 4 trucks per hour. Determine the following operating characteristics.
- (i) The probability that no truck are at the truck dock.
 - (ii) The average number of trucks waiting for loading/unloading.
 - (iii) The average waiting time before loading/unloading begins.
 - (iv) What is the hourly cost of operation if the cost is RM50 per hour for each truck waiting and RM30 per hour for the truck dock operation?
 - (v) Consider a two-channel truck dock operation where the second channel could be operated for an additional RM30 per hour. Should the company consider expanding to the two-channel truck dock? Explain.

[35 marks]

- (b) *Wan, Nor* and *Lina* are three equally competent clerks working at a tourist agency office. Each of them is able to serve 3 customers per hour according to an exponential distribution. Arrival of customers to the office follows a Poisson process.

If there is no customer waiting, the arrival rate is 15 per hour. If there are one or two customers waiting, the arrival rate becomes 10 per hour. If the number becomes more than two, the arrival rate becomes 5 per hour and finally, if the number becomes five, arriving customers will not enter the office.

- (i) Determine the probability that *Wan* is idle.
- (ii) Determine the average number of customers in the office.
- (iii) On average, how long does a customer spend in the office?

[35 marks]

- (c) A large insurance company has a central computing system that contains a variety of information about customer accounts. Insurance agents in a six-state area use telephone lines to access the customer information database. Currently, the company's central computer system allows three users to access the central computer simultaneously. Agents who attempt to use the system when it is full are denied access; no waiting is allowed. Management realizes that with its expanding business, more requests will be made to the central information system. Access requests follow a Poisson probability distribution, with a mean of 42 calls per hour. The mean service rate per line is 20 calls per hour.
- (i) What is the probability that an agent will be denied access to the system?
 - (ii) What is the average number of access lines in use?
 - (iii) In planning for future, management wants to be able to handle 50 calls per hour; in addition, the probability that an agent will be denied access to the system should be no greater than the value computed in part (i). How many access lines should this system have?
- [30 marks]
2. (a) *Pusat Membeli-belah Syed mengendalikan 10 buah truk. Truk-truk itu tiba pada waktu yang rawak sepanjang hari di pelantar truk pusat membeli belah untuk dimuatkan dengan barang untuk penghantaran kepada pelanggan ataupun untuk dipunggah muatan barangan yang di angkut daripada gudang-gudang yang berdekatan. Setiap truk akan kembali ke pelantar truk untuk perkhidmatan sebanyak dua kali sehari (8 jam). Kadar purata perkhidmatan adalah 4 truk sejam. Tentukan perkara-perkara yang berikut.*
- (i) *Kebarangkalian bahawa tidak ada truk di pelantar truk.*
 - (ii) *Bilangan purata truk yang menunggu untuk dipunggah/dimuatkan.*
 - (iii) *Masa purata menunggu sebelum pemungghahan/permuatan bermula.*
 - (iv) *Berapakah kos pengoperasian sejam jika kos menunggu setiap truk adalah RM50 sejam dan kos mengendalikan pelantar truk adalah RM30 sejam?*
 - (v) *Pertimbangkan pengendalian pelantar truk secara dua-saluran dengan kos pengendalian saluran kedua adalah tambahah sebanyak RM30 sejam. Patutkah syarikat itu mengendalikan saluran kedua? Jelaskan.*

[35 markah]

...6/-

- (b) *Wan, Nor and Lina adalah tiga orang kerani yang bekerja di pejabat sebuah agensi pelancongan. Mereka masing-masingnya mampu mengendalikan 3 pelanggan sejam mengikut agihan eksponen. Ketibaan pelanggan ke pejabat adalah mengikut proses Poisson.*

Jika tidak ada pelanggan yang menunggu, kadar ketibaan adalah 15 sejam. Jika terdapat seorang atau dua orang pelanggan yang menunggu, kadar ketibaan menjadi 10 sejam. Jika bilangan pelanggan menunggu menjadi lebih daripada dua, kadar ketibaan menjadi 5 sejam dan akhirnya, jika bilangan pelanggan menjadi lima, pelanggan yang tiba tidak akan memasuki pejabat itu.

- (i) *Tentukan kebarangkalian bahawa Wan akan bersenang.*
- (ii) *Tentukan bilangan purata pelanggan di dalam pejabat.*
- (iii) *Pada puratanya, berapa lamakah seseorang pelanggan akan berada di dalam pejabat?*

[35 markah]

- (c) *Sebuah syarikat insuran yang besar mempunyai satu sistem komputer induk yang mengandungi pelbagai maklumat tentang akaun pelanggan. Agen-agen insuran yang beroperasi di kawasan enam-negeri menggunakan talian telefon untuk mencapai pangkalan data maklumat pelanggan itu. Pada masa kini, sistem komputer induk itu hanya boleh dicapai oleh tiga pengguna secara serentak. Agen yang cuba mengguna sistem itu apabila ialah penuh akan dihalang daripada mencapainya dan mereka tidak dibenarkan menunggu. Pihak pengurusan sedar bahawa dengan berkembangannya perniagaan mereka, permintaan untuk penggunaan sistem itu akan meningkat. Permintaan daripada agen untuk mencapai sistem itu adalah mengikut agihan Poisson dengan min 42 panggilan sejam. Min masa layan bagi setiap talian adalah 20 panggilan sejam.*

- (i) *Apakah kebarangkalian bahawa seseorang agen akan dihalang daripada mencapai sistem itu?*
- (ii) *Berapakah bilangan purata talian yang digunakan?*
- (iii) *Untuk perancangan masa hadapan, pihak pengurusan mahu supaya sistem itu dapat mengendalikan sehingga 50 panggilan sejam; tambahan pula, kebarangkalian bahawa seseorang agen akan dihalang daripada mencapai sistem itu mestilah tidak melebihi nilai yang telah dihitung di bahagian (i). Berapakah talian capaian yang harus disediakan oleh sistem itu?*

[30 markah]

3. (a) Consider a small machine shop that consists of three machines; A, B, and C. Although each of the machines performs different operations, it can be safely assumed that the processing-time distributions (including setups) of the three machines are identical.

Processing Time (hours)	Probability
1	0.05
2	0.20
3	0.30
4	0.20
5	0.25

Customer orders for various machined parts arrive at the shop according to the following distributions:

Inter-arrival Time (hours)	Probability
2	0.25
3	0.35
4	0.20
5	0.15
6	0.05

Routing a customer order through the shop depends on the work that has to be done to it. Two major routing exist:

Routing	Percentage of orders having the routing
A-B-C	30
A-C-B	70

The machine shop operates 24 hours a day (three shifts). All orders are processed on a FIFO basis at each machine. Assuming that the shop is empty at the start, simulate the arrival and processing of 10 customers orders. For each order, determine first its arrival time, then its routing. Each time an order is processed on a machine, determine its processing time (you need to determine three different processing times for each order). Make a chart for each machine as follows:

Machine A

Job Number	Arrival Time	Start Service	End Service
------------	--------------	---------------	-------------

Once a job is finished at a machine it goes to the next one on its routing. As soon as the machine is finished with a job, it takes the job with the earliest arrival time of those available (in queue) for processing. When a job is processed by the last machine on its routing, it leaves the system.

Compute the average waiting time per job, the total idle time of the machines, and the maximum queue length at each machine.

Perform a hand simulation. Use the enclosed two digit random number table with the first column for the *inter-arrival time*, the second column for the *routing* and the third column for the *processing time*. The simulation clock starts at time 0.

[50 marks]

- (b) Referring to Question 3(a), write a GPSS World program for this problem and run the simulation for the arrival and processing of 1000 customers orders.
- [50 marks]
3. (a) Sebuah bengkel mempunyai tiga buah mesin; A, B dan C. Walaupun ketiga-tiga buah mesin itu menjalankan operasi yang berlainan, masa pemrosesannya masih boleh dianggap sama (termasuk masa penyediaannya).

<i>Masa Pemprosesan (jam)</i>	<i>Kebarangkalian</i>
1	0.05
2	0.20
3	0.30
4	0.20
5	0.25

Pesanan pelanggan untuk pelbagai bahagian mesin tiba di bengkel itu mengikut agihan berikut:

<i>Lat ketibaan (jam)</i>	<i>Kebarangkalian</i>
2	0.25
3	0.35
4	0.20
5	0.15
6	0.05

Pergerakan pesanan pelanggan melalui mesin-mesin di dalam bengkel adalah bergantung kepada jenis kerja yang perlu dilakukan. Dua jenis pergerakan utama adalah:

<i>Pergerakan</i>	<i>Peratusan pesanan yang melalui pergerakan ini</i>
A-B-C	30
A-C-B	70

Bengkel itu dibuka 24 jam sehari (tiga syif). Semua pesanan diproses mengikut FIFO pada setiap mesin. Andaikan bahawa bengkel itu bersenang pada permulaannya dan simulasikan ketibaan dan pemprosesan 10 pesanan pelanggan. Untuk setiap pesanan, tentukan waktu ketibaan dan jenis pergerakannya. Setiap kali pesanan diproses oleh mesin, tentukan masa pemrosesannya (anda perlu menentukan tiga masa pemprosesan berlainan untuk setiap pesanan). Bentukkan jadual seperti berikut untuk setiap mesin:

Mesin A

No. Pesanan	Waktu Ketibaan	Mula Layanan	Selesai Layanan
-------------	----------------	-----------------	-----------------

Selepas sesuatu pesanan selesai diproses di sebuah mesin, ia akan pergi ke mesin berikutnya mengikut jadual pergerakan. Sebaik sahaja sebuah mesin selesai dengan sesuatu pesanan, ia akan menerima pesanan yang mempunyai waktu ketibaan terawal dari antara yang sedia ada (dalam giliran) untuk diproses. Apabila sesuatu pesanan telah diproses oleh mesin yang terakhir dalam jadualnya, ia akan meninggalkan sistem

Hitung purata masa menunggu setiap pesanan, jumlah masa mesin bersenang dan panjang maksimum barisan menunggu untuk setiap mesin.

Lakukan simulasi dengan tangan. Guna jadual nombor rawak dua digit yang disertakan dengan lajur pertama untuk lat ketibaan, lajur kedua untuk pergerakan dan lajur ketiga untuk masa pemprosesan. Jam simulasi bermula pada waktu 0.

[50 markah]

- (b) *Merujuk kepada Soalan 3(a), tulis satu aturcara GPSS World untuk masalah itu dan lakukan simulasi untuk ketibaan dan pemprosesan 1000 pesanan pelanggan.*

[50 markah]

APPENDIX 1 / LAMPIRAN 1

Formulas for Queueing Theory:

1. *M/M/1*:

$$\begin{aligned} \rho &= \lambda / \mu \\ P_n &= (1 - \rho) \rho^n \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \dots \\ L &= \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \\ L_q &= \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \\ W &= \frac{1}{\mu - \lambda}, \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \\ P[w > t] &= e^{-t/w} \\ P[w_q > t] &= \rho e^{-t/w} \end{aligned}$$

2. *M/M/s*:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\lambda}{s\mu} \\ P_0 &= \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right]^{-1} \\ P_n &= \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0, & \text{if } 0 \leq n \leq s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0, & \text{if } n > s \end{cases} \\ L_q &= \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} P_0 \\ W_q &= \frac{L_q}{\lambda}, \quad W = W_q + 1/\mu \\ L &= L_q + \lambda/\mu \\ P[w_q > t] &= e^{-\mu t} \left[1 + \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s!(1-\rho)} \left(\frac{1 - e^{\mu t(s-1-\lambda/\mu)}}{s-1-\lambda/\mu} \right) \right] \\ P[w_q > t] &= [1 - P\{w_q = 0\}] e^{-s\mu(1-\rho)t} \\ &\quad \text{where } P\{w_q = 0\} = \sum_{n=0}^{s-1} P_n \end{aligned}$$

APPENDIX 2 / LAMPIRAN 2

3. $M/M/s$: finite population of size M .

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n + \sum_{n=s}^M \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n & , \text{ if } 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{n!}{s^{n-s} s!} \right) \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n & , \text{ if } s < n \leq M \\ 0 & , \text{ if } n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n + \sum_{n=s}^M n \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M-L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M-L)}$$

4. $M/G/1$:

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1-\rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = w_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W_q = \frac{1+k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

APPENDIX 3 / LAMPIRAN 36. *M/M/1/k*:

$$P_n = \begin{cases} \frac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\ \frac{1}{k+1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

For $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1-(k+1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1-\rho^{k+1})(1-\rho)}$$

$$L_q = L - (1-P_0) = L - \frac{\rho(1-\rho^k)}{1-\rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L-L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

For $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. *M/M/s/k*:

$$P_n = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \frac{1}{s^{n-s} s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1 - \left(\frac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1 - \frac{\lambda}{s\mu}} \right]^{-1} & \text{for } \left(\frac{\lambda}{s\mu} \neq 1\right) \\ \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} (k-s+1) \right]^{-1} & \text{for } \left(\frac{\lambda}{s\mu} = 1\right) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} [1 - \rho^{k-s+1} - (1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}]$$

APPENDIX 4 / LAMPIRAN 4

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad \lambda' = \lambda(1 - P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. $M/M/s/s$:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n / n!}{\sum_{i=0}^s \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i / i!} \quad \text{for } (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s / s!}{\sum_{i=0}^s (s\rho)^i / i!} \quad \text{where } \left(\rho = \frac{\lambda}{s\mu}\right).$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \quad W = \frac{L}{\lambda'} \quad \text{where } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. $M/M/\infty$:

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = \lambda / \mu$$

$$W = \frac{1}{\mu}$$

APPENDIX 5 / LAMPIRAN 5

10. $M/M/1$: state-dependent service

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho \rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \quad (\rho_1 = \lambda / \mu_1, \rho = \lambda / \mu < 1)$$

$$L = P_0 \left[\frac{\rho_1 [1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho \rho_1^{k-1} [k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2} \right]$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{\mu_1} \right)^n P_0 & (0 \leq n < k) \\ \frac{\lambda^n}{\mu_1^{k-1} \mu^{n-k+1}} P_0 & (n \geq k) \end{cases}$$

11. $M/M/1$: finite population of size M .

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^M \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n P_0 \quad \text{for } n = 1, 2, \dots, M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_0]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \quad \text{where } \lambda' = \lambda(M - L)$$

APPENDIX 6 / LAMPIRAN 6

TWO-DIGIT RANDOM NUMBER TABLE

03	26	48	92	38	96	41	04	35	84
71	44	81	46	44	47	07	20	58	04
33	75	06	41	87	72	63	88	59	54
53	71	27	13	37	45	89	61	30	26
41	15	43	91	46	81	57	39	34	86
16	18	75	11	26	80	93	97	29	33
88	50	00	56	70	19	90	00	93	95
13	10	08	15	29	33	75	70	43	05
15	72	73	69	27	75	72	95	99	56
64	10	99	02	18	26	78	69	19	12
98	66	53	86	34	71	09	88	56	08
43	05	06	19	91	78	03	65	08	16
69	82	02	61	98	50	74	84	60	41
06	40	10	24	68	42	39	97	25	55
34	86	83	41	33	83	85	92	32	29
46	05	92	36	82	04	67	05	18	69
28	73	59	56	43	88	61	17	07	48
35	53	49	39	98	14	16	76	69	10
90	90	18	27	75	08	75	17	55	68
62	32	97	16	33	66	02	34	62	26