
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

MAT 251 – Introduction to Operations Research
[Pengantar Penyelidikan Operasi]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of EIGHT pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **EIGHT** (8) questions.

Arahan: Jawab **LAPAN** (8) soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. Standardize the following Linear Programming formulation:

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & Z = 5x_1 + 20x_2 + 15x_3 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 20 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \leq -10 \\ & x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 15 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad -5 \leq x_3 \leq 5, \quad x_4 \text{ is unrestricted} \end{aligned}$$

[7 marks]

1. *Piawaikan rumus Pengaturcaraan Linear yang berikut:*

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad & Z = 5x_1 + 20x_2 + 15x_3 \\ \text{Terhadap} \quad & 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 20 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \leq -10 \\ & x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 15 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad -5 \leq x_3 \leq 5, \quad x_4 \text{ tak tersekat} \end{aligned}$$

[7 markah]

2. Consider the following Linear Programming formulation:

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = 8x_1 + 6x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 2x_1 + 4x_2 \geq 20 \quad (\text{Resource 1}) \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 40 \quad (\text{Resource 2}) \\ & x_1 - 2x_2 \leq 8 \quad (\text{Resource 3}) \\ & -x_1 + x_2 \leq 3 \quad (\text{Resource 4}) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (i) Solve the problem using the graphical method.
- (ii) Get the range of Resource 2 so that the optimal solution remains.
- (iii) Get the range for the coefficient of the objective function for variable x_2 so that current solution remains basic.

[15 markah]

2. Pertimbangkan rumus Pengaturcaraan Linear yang berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 8x_1 + 6x_2 \\ \text{Terhadap} & 2x_1 + 4x_2 \geq 20 \quad (\text{Sumber 1}) \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 40 \quad (\text{Sumber 2}) \\ & x_1 - 2x_2 \leq 8 \quad (\text{Sumber 3}) \\ & -x_1 + x_2 \leq 3 \quad (\text{Sumber 4}) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- (i) Dapatkan penyelesaian dengan menggunakan kaedah bergraf.
- (ii) Berikan julat sumber 2 supaya penyelesaian asas kekal.
- (iii) Berikan julat pekali fungsi matlamat pembolehubah x_2 supaya penyelesaian asas yang sedia ada kekal.

[15 markah]

3. Consider the problem,

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & Z = 5x_1 + 20x_2 + 15x_3 \\ \text{Subject to} & 2x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 10 \\ & x_1 + x_3 = 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Using the two-phase method, do **two** iterations towards solving it.

[8 marks]

3. Pertimbangkan masalah berikut,

$$\begin{array}{ll} \text{Minimumkan} & Z = 5x_1 + 20x_2 + 15x_3 \\ \text{Terhadap} & 2x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 10 \\ & x_1 + x_3 = 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Dengan menggunakan kaedah dua-fasa, lakukan **dua** lelaran ke arah menyelesaikan masalah ini.

[8 markah]

4. A factory produces three products X, Y and Z using raw materials A and B. The following table gives the necessary data for the problem:

Raw material	Requirements per unit			Availability
	X	Y	Z	
A	3	2	6	5000
B	5	3	8	8000
Minimum demand	300	350	250	
Profit per unit (RM)	40	30	50	

The labour time per unit of product X is three times that of product Y and twice that of product Z. The entire labour force of the factory can produce an equivalent 200 units of product X. Market requirements specify the ratios 4:3:5 for the production of the three respective products. Formulate the problem as a linear program.

[10 marks]

4. *Sebuah kilang menghasilkan tiga produk X, Y dan Z menggunakan bahan mentah A and B. Jadual berikut memberikan data berkenaan masalah tersebut:*

<i>Bahan mentah</i>	<i>Keperluan per unit</i>			<i>Kedapatan</i>
	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	
<i>A</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>6</i>	<i>5000</i>
<i>B</i>	<i>5</i>	<i>3</i>	<i>8</i>	<i>8000</i>
<i>Permintaan Minimum</i>	<i>300</i>	<i>350</i>	<i>250</i>	
<i>Keuntungan seunit (RM)</i>	<i>40</i>	<i>30</i>	<i>50</i>	

Keperluan masa buruh seunit produk X adalah tiga kali produk Y dan dua kali produk Z. Keupayaan keseluruhan masa buruh kilang ini adalah bersamaan dengan menghasilkan 200 unit produk X. Keperluan pemasaran menentukan nisbah pengeluaran 4:3:5 untuk ketiga-tiga produk tersebut. Rumuskan masalah ini sebagai suatu pengaturcaraan linear.

[10 markah]

5. A problem to determine the level of production of 3 products (x_1 , x_2 and x_3) using 4 resources (the constraints are in the form of \leq and the slack variables are respectively s_1 , s_2 , s_3 , and s_4) results in the following tableau. Z represents profit (in RM).

Basic	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	Solution
Z	0	0	3	0	1	0	0	32
x_1	1	0	-2	2	-1	0	0	2
x_2	0	1	1	0	-2	0	0	5
s_3	0	0	0	-1	0	1	0	4
s_4	0	0	1	3	-1	0	1	3

- (i) Describe the status of each resource (binding, non-binding, scarce or surplus)?
- (ii) What is the remainder of each of the resources above?
- (iii) Find the range of resource 1 that would not affect the solution above.
- (iv) How much will the profit reduce if 1 unit of product 3 is produced?
- (v) How much will change in per unit profit of product 2 before production of product 3 starts?
- (vi) How much change in resource 2 that would make the above solution infeasible?
- (vii) Get an alternative basic optimal solution. Give the general expression for all of the alternative optimal solutions.
- (viii) If an additional constraint, $3x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 20$ is imposed, will the original solution remain optimal?

[15 marks]

5. Suatu masalah untuk menentukan aras pengeluaran 3 jenis produk (x_1 , x_2 dan x_3) yang menggunakan 4 sumber (dengan kekangan asal semuanya berbentuk \leq dan pembolehubah lalainya ialah s_1 , s_2 , s_3 , dan s_4) menghasilkan tablo maksimum berikut. Z ialah keuntungan (dalam RM).

Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	Penyelesaian
Z	0	0	3	0	1	0	0	32
x_1	1	0	-2	2	-1	0	0	2
x_2	0	1	1	0	-2	0	0	5
s_3	0	0	0	-1	0	1	0	4
s_4	0	0	1	3	-1	0	1	3

- (i) Nyatakan status setiap sumber (terikat, tak terikat, berkurangan atau berlebihan)?
- (ii) Berapakah baki setiap sumber bagi penyelesaian di atas?
- (iii) Dapatkan julat amaun sumber 1 supaya tidak menjejaskan penyelesaian di atas.
- (iv) Berapakah jumlah keuntungan akan menyusut jika sebanyak 1 unit produk 3 dihasilkan?
- (v) Berapakah keuntungan seunit produk 2 perlu berubah untuk mula menghasilkan produk 3?
- (vi) Berapakah amaun sumber 2 perlu berubah untuk menjadikan penyelesaian di atas tak tersaur?
- (vii) Dapatkan satu penyelesaian alternatif yang asas. Berikan ungkapan umum untuk semua penyelesaian optimum alternatif.
- (viii) Sekiranya suatu kekangan tambahan $3x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 20$ dikenakan, adakah penyelesaian asal masih optimum?

[15 markah]

6. A machine operator processes 5 types of items on his machine each week, and must choose a sequence for them. The set-up cost per change depends on the item presently on the machine according to the following table:

	Items				
	A	B	C	D	E
A	∞	8	14	6	8
B	8	∞	12	6	8
C	14	12	∞	14	10
D	6	6	14	∞	14
E	8	8	10	14	∞

How should the machine operator sequence the items on his/her machine in order to minimize the total set-up cost?

[15 marks]

6. Seorang pengendali jentera memproses 5 jenis barangan menggunakan jenteranya setiap minggu dan mesti memilih suatu jujukan baginya. Kos penyediaan bagi setiap tukaran bergantung pada barangan yang berada di atas jentera seperti jadual berikut:

	<i>Jenis Barangan</i>				
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>	∞	8	14	6	8
<i>B</i>	8	∞	12	6	8
<i>C</i>	14	12	∞	14	10
<i>D</i>	6	6	14	∞	14
<i>E</i>	8	8	10	14	∞

Bagaimanakah pengendali jentera ini menyusun barangan bagi jentera supaya dapat meminimumkan jumlah kos penyediaan?

[15 markah]

7. Seven types of packages are to be delivered by five trucks. There are three packages of each type, and the capacities of the five trucks are 6, 4, 5, 4, and 3 packages respectively. Set up a maximum-flow problem that can be used to determine whether the packages can be loaded so that no truck carries two packages of the same type.

[15 marks]

7. Terdapat tujuh jenis pakej perlu dihantar dengan menggunakan lima buah trak. Terdapat tiga pakej bagi setiap jenis pakej, dan kapasiti kelima-lima trak adalah 6, 4, 5, 4, dan 3 pakej masing-masing. Sediakan suatu masalah aliran maksimum yang dapat digunakan untuk menentukan sama ada pakej-pakej tersebut dapat dimuatkan supaya tiada trak yang membawa dua pakej dari jenis pakej yang sama.

[15 markah]

8. Consider the list of write-up activities that are involved in your final year project.

Activity	Description	Immediate Predecessors	Duration (weeks)
A	Identifying Research Context	-	5
B	Defining Problem Statement	A	8
C	Literature Review	B	10
D	Data Collection	B	5
E	Analysis	B	4
F	Interpreting Results	E	6
G	Final Write-up	C,F	3

Draw the project network, and find the following information: critical path, total float and free float of each activity.

[15 marks]

8. *Pertimbangkan senarai aktiviti yang terlibat dalam penyediaan projek tahun akhir anda.*

<i>Aktiviti</i>	<i>Keterangan</i>	<i>Aktiviti Sebelumnya</i>	<i>Tempoh (minggu)</i>
<i>A</i>	<i>Mengenalpasti Konteks Penyelidikan</i>	-	<i>5</i>
<i>B</i>	<i>Penentuan Kenyataan Masalah</i>	<i>A</i>	<i>8</i>
<i>C</i>	<i>Kajian Literatur</i>	<i>B</i>	<i>10</i>
<i>D</i>	<i>Pengumpulan Data</i>	<i>B</i>	<i>5</i>
<i>E</i>	<i>Analisis</i>	<i>B</i>	<i>4</i>
<i>F</i>	<i>Mentafsirkan Keputusan</i>	<i>E</i>	<i>6</i>
<i>G</i>	<i>Penulisan Projek</i>	<i>C,F</i>	<i>3</i>

Lukiskan rangkaian projek, dan berikan maklumat-maklumat berikut: laluan kritikal, jumlah apungan, dan apungan bebas untuk setiap aktiviti di atas.

[15 markah]