
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

MAT161 – Elementary Statistic
[Statistik Elementari]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of ELEVEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEBELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **TEN** (10) questions.

Arahan: Jawab **SEPULUH** (10) soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. The following table shows the frequency distribution for 100 claim amounts on a certain class of insurance policy.

Claim Amount, x	Frequency, f
under RM 100	4
RM 100–149	10
RM 150–199	25
RM 200–249	30
RM 250–299	15
RM 300–349	12
RM 350–399	4
RM 400 or over	0

$$\sum xf = 22,050, \quad \sum x^2 f = 5,392,925$$

- (i) What percentage of the claims have amounts which are more than RM280?
- (ii) Calculate the mean and standard deviation of the claim amounts on the insurance policy.
- (iii) Use Chebyshev's theorem to construct an interval that contains at least 70% of the claims.

[15 marks]

1. *Jadual yang berikut menunjukkan taburan kekerapan bagi 100 amaun tuntutan ke atas suatu kelas polisi insuran.*

<i>Amaun tuntutan, x</i>	<i>kekerapan, f</i>
<i>kurang daripada RM100</i>	<i>4</i>
<i>RM100 – 149</i>	<i>10</i>
<i>RM150 – 199</i>	<i>25</i>
<i>RM200 – 249</i>	<i>30</i>
<i>RM250 – 299</i>	<i>15</i>
<i>RM300 – 349</i>	<i>12</i>
<i>RM350 – 399</i>	<i>4</i>
<i>RM 400 atau lebih</i>	<i>0</i>

$$\sum xf = 22,050, \quad \sum x^2 f = 5,392,925$$

- (i) *Berapakah peratusan tuntutan yang mempunyai amaun melebihi RM280?*
- (ii) *Hitung min dan sisihan piawai bagi amaun tuntutan ke atas polisi insuran tersebut.*
- (iii) *Guna teorem Chebyshev untuk membina suatu selang yang mengandungi sekurang-kurangnya 70% daripada tuntutan-tuntutan tersebut.*

[15 markah]

...3/-

2. Suppose that A , B and C are non-empty events.
- (i) If A and B are mutually exclusive, show that they must be dependent.
 - (ii) If A and B are mutually independent, show that \bar{A} and \bar{B} are also mutually independent

[15 marks]

2. *Andaikan A , B dan C adalah peristiwa-peristiwa tak kosong.*
- (i) Jika A dan B adalah saling eksklusif, tunjukkan bahawa mereka semestinya adalah bersandar.*
 - (ii) Jika A dan B adalah saling tak bersandar, tunjukkan bahawa \bar{A} dan \bar{B} juga adalah saling tak bersandar.*

[15 markah]

3. A purchaser of electrical components buys them in lots of size 10. In a recent shipment, 30 percent of the lots have 4 defective components and 70 percent have only 1 defective component. It is the purchaser's policy to inspect 3 components randomly from a lot and to accept the lot only if all 3 are nondefective. What proportion of the lots in the shipment does the purchaser accept?

[15 marks]

3. *Seorang pemborong komponen elektrik membelinya dalam lot-lot bersaiz 10. Dalam suatu penghantaran terkini, 30 peratus daripada lot-lot tersebut mempunyai 4 komponen cacat dan 70 peratus yang lain mempunyai hanya 1 komponen cacat. Pemborong tersebut mempunyai polisi untuk memeriksa 3 komponen secara rawak daripada satu lot dan menerima lot tersebut hanya jika ketiga-tiga komponen tidak cacat. Berapakah peratusan lot dalam penghantaran tersebut yang diterima oleh pemborong?*

[15 markah]

4. The total amount of fuel used by a road haulage firm in a month is a random variable X (thousands of gallon) having the following probability density function

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x < 1 \\ c(3-x) & 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (i) Determine the value of c .
- (ii) Find the probability that the firm uses between 900 and 1600 gallon of fuel per month.
- (iii) The supplier of the fuel charges the firm RM1.20 per gallon for the first 900 gallons supplied per month, RM1.10 per gallon for the next 700 gallons and RM1.00 per gallon for the remainder. Find the probability that the monthly cost exceeds RM2250.

[20 marks]

4. *Jumlah amaun petrol yang digunakan oleh sebuah syarikat menunda kereta dalam satu bulan adalah suatu pembolehubah rawak X (ribuan gelen) dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian seperti berikut.*

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x < 1 \\ c(3-x) & 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{ditempat lain} \end{cases}$$

- (i) *Tentukan nilai c .*
- (ii) *Dapatkan kebarangkalian bahawa syarikat tersebut menggunakan antara 900 dan 1600 gelen petrol setiap bulan.*
- (iii) *Pembekal petrol mengenakan bayaran RM1.20 per gelen bagi 900 gelen yang pertama yang dibekalkan setiap bulan, RM1.10 per gelen bagi 700 gelen yang seterusnya dan RM1.00 per gelen bagi yang selebihnya. Dapatkan kebarangkalian bahawa kos bulanan syarikat tersebut melebihi RM2250.*

[20 markah]

5. Two companies, *A* and *B*, make kitchen cabinets. Company *A* charges RM5000 plus RM100 per foot run of the cabinet. The run length of a kitchen cabinet in a standard home is known to have a normal distribution with mean 22 feet and standard deviation 5 feet. Company *B* charges a flat fee of RM7000 to make a kitchen cabinet, regardless of its run length.
- (i) What is the probability that the fee charged by Company *A* would be more than the fee charged by Company *B* to make a kitchen cabinet in a standard home?
- (ii) Find the mean amount charged by Company *A* to make a kitchen cabinet in a standard home.

[15 marks]

5. *Dua syarikat, A dan B, adalah pembuat kabinet dapur. Syarikat A mengenakan bayaran RM5000 campur RM100 bagi setiap satu kaki larian kabinet. Panjang larian kabinet dapur di sebuah rumah yang piawai diketahui tertabur secara normal dengan min 22 kaki dan sisihan piawai 5 kaki. Syarikat B mengenakan bayaran pukal RM7000 untuk membuat kabinet dapur, tanpa mengambil kira panjang lariannya.*
- (i) *Berapakah kebarangkalian bahawa bayaran yang dikenakan oleh Syarikat A adalah lebih tinggi daripada bayaran yang dikenakan oleh Syarikat B untuk membuat kabinet dapur di sebuah rumah yang piawai?*
- (ii) *Dapatkan min bayaran yang dikenakan oleh Syarikat A untuk membuat kabinet dapur di sebuah rumah yang piawai.*

[15 markah]

6. A machine is programmed to produce 3-cm nails. A sample of 15 nails is randomly selected and the lengths measured. The results (in cm) are as follows:

2.89, 2.95, 3.00, 3.05, 2.99, 2.96, 3.10, 3.06, 3.00, 3.12.
 3.01, 2.98, 3.02, 2.95, 3.03
 $\sum x = 45.11$ $\sum x^2 = 135.71$

- (i) Determine the minimum number of nails that you need to sample if you would like to be 99% confident that an estimate of the mean length of a nail is within 0.01 cm of the true mean.
- (ii) Over a period of several months, it is found that in a sample of 150 nails, 20 nails are rejected because they are either too short or too long. Find a 95% confidence interval for the proportion of nails that are not rejected.

[15 marks]

...6/-

6. Sebuah mesin diprogramkan untuk menghasilkan batang-batang paku 3-cm. Suatu sampel 15 batang paku dipilih secara rawak dan panjang paku diukur. Hasilnya (dalam cm) adalah seperti berikut:

2.89, 2.95, 3.00, 3.05, 2.99, 2.96, 3.10, 3.06, 3.00, 3.12.
3.01, 2.98, 3.02, 2.95, 3.03

$$\sum x = 45.11 \quad \sum x^2 = 135.71$$

- (i) Tentukan bilangan paku minimum yang perlu anda sampelkan jika anda ingin 99% yakin bahawa anggaran min panjang sebatang paku adalah dalam sekitar 0.01 cm dari min yang sebenar.
- (ii) Dalam suatu tempoh beberapa bulan, didapati bahawa dalam suatu sampel 150 batang paku, 20 batang ditolak disebabkan ianya terlalu pendek atau terlalu panjang. Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi kadaran paku yang tidak ditolak.

[15 markah]

7. A bag contains a very large number of different coloured marbles of the same size. Of these, an unknown proportion p are black marbles and you are required to test the null hypothesis $H_0 : p = 0.4$ against the alternative $H_1 : p > 0.4$. To perform the test, you take a random sample of 20 marbles and note X , the number of black marbles in the sample.

- (i) If you decide to reject the null hypothesis when X is at least 12, what is the significance level of your test?
- (ii) If the significance level is to be as close as possible to 5%, find the rejection region in the form of $a \leq X \leq 20$, where a is an integer.

[20 marks]

7. Sebuah beg mengandungi suatu bilangan besar guli-guli pelbagai warna yang sama saiz. Daripada guli-guli ini, suatu kadaran p yang tidak diketahui adalah guli berwarna hitam dan anda dikehendaki menguji hipotesis $H_0 : p = 0.4$ berlawanan alternatif $H_1 : p > 0.4$. Bagi menjalankan ujian ini, anda mengambil suatu sampel rawak 20 biji guli dan mencatat nilai X , iaitu bilangan guli hitam dalam sampel tersebut.

- (i) Jika anda memutuskan akan menolak hipotesis nol apabila X sekurang-kurangnya 12, apakah aras keertian ujian anda?
- (ii) Jika aras keertian ujian perlu sehampir mungkin dengan 5%, dapatkan kawasan penolakan dalam bentuk $a \leq X \leq 20$, di mana a adalah suatu integer.

[20 markah]

...7/-

8. Attitude towards mathematics was measured for two different groups of students. One group consisted of Education majors, and the other group consisted of Science majors. The attitude scores range from 0 to 50 with the higher scores indicating a more positive attitude. The data are shown below:

Group (major)	n	mean	standard deviation
Education (X)	100	22.7	12.5
Science (Y)	110	29.3	11.0

- (i) At the 1% level of significance, test whether there is a difference in the variance of the attitude scores of the two groups of students.
- (ii) Based on your conclusion in part (i), obtain an estimate of $\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}$.
- (iii) At the 5% significance level, test whether the Science majors have a more positive attitude toward mathematics than the Education majors.

[25 marks]

8. Sikap terhadap subjek Matematik diukur bagi dua kumpulan pelajar. Satu kumpulan terdiri daripada pelajar-pelajar pengkhususan Pendidikan dan satu lagi kumpulan terdiri daripada pelajar-pelajar pengkhususan Sains. Julat skor sikap adalah dari 0 hingga 50, dengan skor tinggi menandakan sikap yang lebih positif. Datanya ditunjukkan seperti yang berikut:

Pengkhususan	n	min	sisihan piawai
Pendidikan (X)	100	22.7	12.5
Sains (Y)	110	29.3	11.0

- (i) Pada aras keertian 1%, uji sama ada terdapat perbezaan dalam varians skor sikap bagi kedua-dua kumpulan pelajar.
- (ii) Berdasarkan dapatan anda dalam bahagian (i), dapatkan suatu anggaran bagi $\sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}$.
- (iii) Pada aras keertian 5%, uji sama ada pelajar-pelajar pengkhususan Sains mempunyai sikap yang lebih positif terhadap subjek Matematik berbanding pelajar-pelajar pengkhususan Pendidikan.

[25 markah]

9. In order to study the harmful effects of the pesticide DDT poisoning, it was fed to 6 randomly chosen rats out of a group of 12 rats. The other 6 rats were used as the control group. The following data gives the measurements of the amount of tremor detected in the bodies of each rat after the experiment: The more tremor detected, the more harmful.

Poisoned group: 12.2, 16.9, 25.0, 22.4, 8.5, 20.6

Control group: 21.1, 12.1, 19.3, 6.6, 9.6, 8.2

	\bar{x}	s^2
Poisoned Group	17.6	39.9
Control Group	12.8	36.3

- (i) At the 5% significance level, test the hypothesis that the amount of tremor for the DDT poisoned group is greater than that of the control group.
- (ii) What assumptions are you making about the distribution of tremor for the two populations?
- (iii) Without the assumption in (ii), conduct an appropriate nonparametric test to determine whether the amount of tremor for the DDT group is greater than that of the control group. Test at the 5% significance level.

[30 marks]

9. Untuk mengkaji kesan bahaya akibat keracunan daripada ubat serangga DDT, ubat tersebut diberikan kepada 6 ekor tikus yang dipilih secara rawak daripada suatu kumpulan 12 ekor tikus. 6 ekor yang lain digunakan sebagai kumpulan kawalan. Data yang berikut memberikan ukuran amaun gegaran yang dikesan pada badan-badan tikus selepas ujikaji tersebut selesai. Lebih banyak gegaran dikesan, lebih merbahaya.

Kumpulan diracun: 12.2, 16.9, 25.0, 22.4, 8.5, 20.6

Kumpulan kawalan: 21.1, 12.1, 19.3, 6.6, 9.6, 8.2

	\bar{x}	s^2
Kumpulan diracun	17.6	39.9
Kumpulan kawalan	12.8	36.3

- (i) Pada aras keertian 5%, uji hipotesis bahawa amaun gegaran pada kumpulan diracun DDT lebih besar daripada amaun gegaran pada kumpulan kawalan.
- (ii) Apakah andaian yang anda buat mengenai taburan amaun gegaran bagi kedua-dua populasi?
- (iii) Tanpa andaian dalam bahagian (ii), jalankan suatu ujian tak berparameter yang sesuai untuk mengetahui samada amaun gegaran pada kumpulan diracun DDT lebih besar daripada amaun gegaran pada kumpulan kawalan. Uji pada aras keertian 5%.

[30 markah]

...9/-

10. Eggs are delivered to supermarkets in cartons of six. On arrival, the contents are checked to make sure that no eggs are broken. A quality control manager examined $n = 5000$ cartons and recorded the number of broken eggs (X) in each carton. The results are shown in the following table

X	0	1	2	3	4	5	6
n	4704	273	22	0	0	1	0

- (i) Estimate p , the proportion of broken eggs in a carton.
- (ii) Test, at the 1% level of significance, whether the number of broken eggs in a carton is an observation from a binomial distribution with $n = 6$.

[30 marks]

10. *Telur-telur dihantar ke pasaraya di dalam bekas-bekas yang mengandungi enam biji setiap satu. Setibanya di pasaraya, kandungan bekas-bekas tersebut diperiksa untuk memastikan bahawa tiada telur yang pecah. Seorang pegawai kawalan kualiti memeriksa $n = 5000$ bekas telur dan mencatatkan bilangan telur pecah (X) dalam setiap bekas. Hasilnya ditunjukkan dalam jadual yang berikut.*

X	0	1	2	3	4	5	6
n	4704	273	22	0	0	1	0

- (i) *Anggarkan p , iaitu kadaran telur pecah dalam satu bekas.*
- (ii) *Uji pada aras keertian 1% sama ada bilangan telur pecah dalam satu bekas adalah suatu cerapan daripada suatu taburan binomial dengan $n = 6$.*

[30 markah]

FORMULA

$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ $s^2 = \frac{\sum (x^2 f) - \frac{(\sum xf)^2}{\sum f}}{\sum f - 1}$	$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{n_x + n_y - 2}$ $\bar{p} = \frac{X + Y}{n_x + n_y}$	
<p>Confidence Intervals:</p> $\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\bar{X} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ $\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \text{ to } \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}$	$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}$ $(\bar{X} - \bar{Y}) \pm t_{\alpha/2} \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}$ $(\hat{p}_x - \hat{p}_y) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_x(1-\hat{p}_x)}{n_x} + \frac{\hat{p}_y(1-\hat{p}_y)}{n_y}}$	
<p>Test Statistics:</p> $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ $T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}}$ $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$	$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$ $T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}}$ $Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\frac{p_x(1-p_x)}{n_x} + \frac{p_y(1-p_y)}{n_y}}}$	$Z = \frac{(\hat{p}_x - \hat{p}_y) - (p_x - p_y)}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p}) \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}}$ $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$

Nonparametric Statistics:

Wilcoxon Signed-rank: $W = \sum R^+$, $W = \sum R^-$

$$Z = \frac{T - \mu_W}{\sigma_W} , \quad \mu_W = \frac{n(n+1)}{4} , \quad \sigma_W = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

Wilcoxon Rank Sum Test: $U = R - \frac{n(n+1)}{2}$

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} , \quad \mu_T = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} , \quad \sigma_T = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)(n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$