
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2015/2016 Academic Session

June 2016

MAA102 – Calculus for Science Students II
[Kalkulus untuk Pelajar Sains II]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **TEN** (10) questions.

Arahan: Jawab **SEPULUH** (10) soalan].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

1. Determine the convergence or divergence of the sequence $\{a_n\}$ with terms recursively defined by $a_n = \frac{3}{2}a_{n-1}$ for $n \geq 2$, starting with $a_1 = 5$.

[8 marks]

1. Tentukan penumpuan atau pencapahan jujukan $\{a_n\}$ dengan sebutan yang ditakrifkan secara rekursi oleh $a_n = \frac{3}{2}a_{n-1}$ bagi $n \geq 2$, bermula dengan $a_1 = 5$.

[8 markah]

2. Use an appropriate test to determine whether the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n+1}$ converges or diverges.

[6 marks]

2. Gunakan satu ujian yang sesuai untuk menentukan sama ada siri $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n+1}$ menumpu atau mencapah.

[6 markah]

3. Find the interval and radius of convergence for $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n5^n}$.

[10 marks]

3. Cari selang dan jejari penumpuan untuk $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n5^n}$.

[10 markah]

4. Find the infinite series $\sum a_n$ when $\int_0^1 \cos(x^2) dx = \sum a_n$.

[10 marks]

4. Cari siri tak terhingga $\sum a_n$ apabila $\int_0^1 \cos(x^2) dx = \sum a_n$.

[10 markah]

...3/-

5. Determine whether the improper integral $\int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4} - \sqrt{x}} dx$ converges or diverges.

[7 marks]

5. Tentukan sama ada kamiran tak wajar $\int_0^{0.5} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4} - \sqrt{x}} dx$ menumpu atau mencapah.

[7 markah]

6. Apply the chain rule to compute $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1}$ if $y = u^2 + v^2 + w^2$, where $u = t$, $v = t^2$ and $w = t^3$.

[8 marks]

6. Guna petua rantai untuk mengira $\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=1}$ jika $y = u^2 + v^2 + w^2$, di mana $u = t$, $v = t^2$ dan $w = t^3$.

[8 markah]

7. Let $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + e^{yz}$.

- (a) If you are at $(x, y, z) = (2, 1, 0)$, in which direction should you go if you want $f(x, y, z)$ to increase most rapidly?
- (b) Give the maximum rate of change of $f(x, y, z)$ at $(x, y, z) = (2, 1, 0)$.
- (c) If you are moving along a straight line that passes through the points $(x, y, z) = (2, 1, 0)$ and $(x, y, z) = (1, 4, 1)$, what is the instantaneous rate of change of $f(x, y, z)$ per unit distance that you will observe at $(2, 1, 0)$?

[12 marks]

7. Biar $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + e^{yz}$.
- (a) Jika anda berada pada $(x, y, z) = (2, 1, 0)$, ke arah manakah anda perlu pergi jika anda mahu $f(x, y, z)$ meningkat pada kadar terpanas?
- (b) Beri kadar perubahan maksimum untuk $f(x, y, z)$ pada $(x, y, z) = (2, 1, 0)$.
- (c) Jika anda sedang bergerak di sepanjang suatu garis lurus yang melalui titik-titik $(x, y, z) = (2, 1, 0)$ dan $(x, y, z) = (1, 4, 1)$, apakah kadar perubahan $f(x, y, z)$ per unit jarak yang dapat anda perhatikan pada $(2, 1, 0)$?

[12 markah]

8. A dairy produces two types of cheese at a constant average cost of $C_1 = 50$ cents per pound for Type 1 cheese and at constant average cost of $C_2 = 60$ cents per pound for Type 2 cheese. If the selling price of the Type 1 cheese is x cents per pound and the selling price of the Type 2 cheese is y cents per pound, the number of pounds which can be sold each week, denoted by N_1 (pounds per week) and N_2 (pounds per week) for Type 1 and Type 2 cheese respectively, is given by the formulas:

$$N_1 = 250(y - x), \quad N_2 = 32,000 + 250(x - 2y).$$

Show that for maximum profit, the selling price for Type 1 and Type 2 cheese should be fixed at $x = 89$ cents and $y = 94$ cents per pound, respectively.

[14 marks]

8. Suatu tenusu menghasilkan dua jenis keju pada kos purata malar $C_1 = 50$ sen setiap paun bagi keju Jenis 1 dan pada kos purata malar $C_2 = 60$ sen setiap paun bagi keju Jenis 2. Jika harga jualan keju Jenis 1 ialah x sen setiap paun dan harga jualan keju Jenis 2 ialah y sen setiap paun, bilangan paun yang boleh dijual setiap minggu, masing-masing diwakili oleh N_1 (paun setiap minggu) and N_2 (paun setiap minggu) bagi keju Jenis 1 dan Jenis 2 tersebut, diberikan oleh formula:

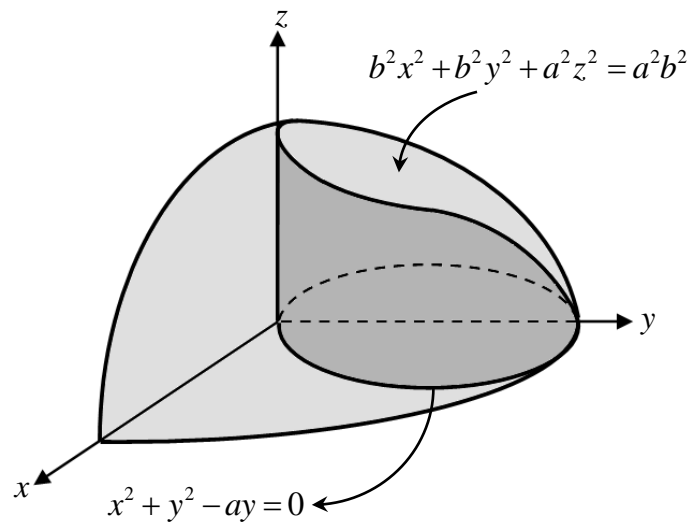
$$N_1 = 250(y - x), \quad N_2 = 32,000 + 250(x - 2y).$$

Tunjukkan bahawa untuk keuntungan maksimum, harga jualan bagi keju Jenis 1 dan Jenis 2 masing-masing perlu ditetapkan pada $x = 89$ sen dan $y = 94$ sen bagi setiap paun.

[14 markah]

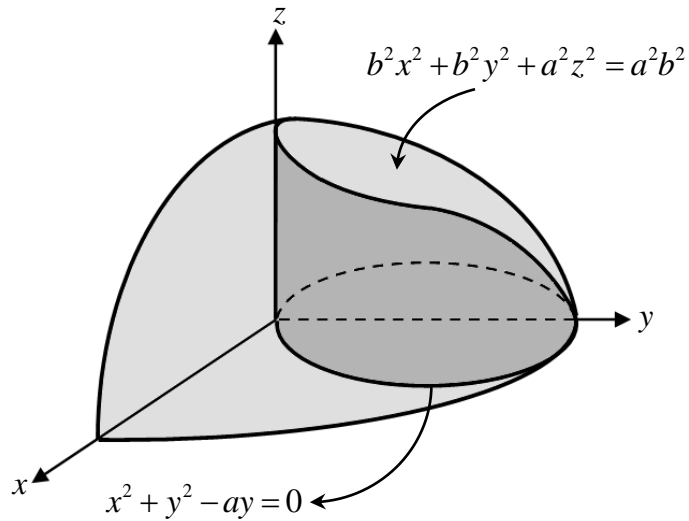
...5/-

9. (a) Find $\iint_R y\sqrt{1+x^3} dA$ where R is the triangle with vertices $(0, 0)$, $(3, 0)$ and $(3, 2)$.
- (b) Find the volume of the solid bounded below by the xy -plane, above by the ellipsoid of revolution $b^2x^2 + b^2y^2 + a^2z^2 = a^2b^2$, and on the sides by the cylinder $x^2 + y^2 - ay = 0$. (Hint: Use the substitutions $x = r \cos \theta$ and $y = r \sin \theta$)



[15 marks]

9. (a) Cari $\iint_R y\sqrt{1+x^3} dA$ di mana R ialah segitiga dengan bucu-bucu $(0, 0)$, $(3, 0)$ dan $(3, 2)$.
- (b) Cari isipadu bongkah yang dibatasi dari bawah oleh satah- xy , dari atas oleh ellipsoid kisanan $b^2x^2 + b^2y^2 + a^2z^2 = a^2b^2$, dan pada sisi oleh silinder $x^2 + y^2 - ay = 0$. (Petunjuk: Guna penggantian $x = r \cos \theta$ dan $y = r \sin \theta$)



[15 markah]

10. Water in a tank cools from 200°F to 190°F in 1.25 hours. The ambient temperature is 75°F . Approximately how long will it take for the water to cool from 200°F to 125°F ?

[10 marks]

10. Air dalam tangki menyejuk dari 200°F ke 190°F dalam 1.25 jam. Suhu ruangan adalah 75°F . Kira-kira berapa lama masa yang diambil untuk air menyejuk dari 200°F ke 125°F ?

[10 markah]