
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2016/2017 Academic Session

December 2016/January 2017

MSG 352 - Linear and Integer Programming
[Pengaturcaraan Linear dan Integer]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

[Arahan: Jawab semua empat [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) State one benefit of using the Revised Simplex Method over the Simplex Method. [1 mark]

- (b) Solve the following LP using the Revised Simplex Method:

$$\begin{aligned} & \text{maximise } z = 5x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \\ & \text{subject to} \\ & 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \leq 24 \\ & 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 36 \\ & x_1, \quad x_2, \quad x_3, \quad x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

[24 marks]

2. Consider the following LP:

$$\begin{aligned} & \text{maximise } z = x_1 - 2x_2 \\ & \text{subject to} \\ & 3x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ & x_1, \quad x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) Determine the dual of the LP and the optimal solution of the dual. [7 marks]
- (b) Determine the optimal solution to the LP. State all theorems used. [7 marks]
- (c) Give the interpretation of the shadow price for the constraint in the LP. [2 marks]
- (d) What would happen if the RHS of the constraint was reduced by 3? Assume that the current basis remains optimal. [2 marks]
- (e) Suppose that the coefficient for x_1 in the objective function of the LP is now k , where $k \in \mathbb{R}$. For what values of k is the dual LP infeasible? Further questions:
- (i) What does duality theory imply about the LP for those values of k ?
- (ii) What type of solution will you obtain after solving the LP for those values of k ? Justify your answer. [7 marks]

1. (a) Nyatakan satu kelebihan menggunakan Kaedah Simpleks Tertilik Semula berbanding Kaedah Simpleks.

[1 markah]

- (b) Selesaikan PL berikut menggunakan Kaedah Simpleks Tertilik Semula:

$$\text{maksimumkan } z = 5x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4$$

terhadap

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \leq 24$$

$$3x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 36$$

$$x_1, \quad x_2, \quad x_3, \quad x_4 \geq 0.$$

[24 markah]

2. Pertimbangkan PL berikut:

$$\text{maksimumkan } z = x_1 - 2x_2$$

terhadap

$$3x_1 - 3x_2 \leq 3$$

$$x_1, \quad x_2 \geq 0.$$

- (a) Berikan rumus dual bagi PL dan penyelesaian optimum untuk masalah dual. [7 markah]

- (b) Dapatkan penyelesaian optimum bagi PL. Nyatakan semua teorem yang digunakan. [7 markah]

- (c) Berikan interpretasi bagi harga dual untuk kekangan dalam PL. [2 markah]

- (d) Apakah yang akan berlaku jika nilai sebelah kanan kekangan dalam PL dikurangkan sebanyak 3? Andaikan bahawa asas semasa kekal optimum. [2 markah]

- (e) Andaikan pekali bagi x_1 dalam fungsi objektif PL berubah menjadi k , $k \in \mathbb{R}$. Apakah nilai-nilai untuk k yang akan membuatkan masalah dual tidak tersaur? Soalan lanjut:

- (i) Apakah teori kedualan menandakan tentang PL bagi nilai-nilai k tersebut?

- (ii) Apakah jenis penyelesaian yang didapati setelah menyelesaikan PL bagi nilai-nilai k tersebut? Berikan justifikasi untuk jawapan anda.

[7 markah]

3. Choc-a-bloc makes and sells low quantity special order chocolate in the form of 250g bars. The bars come in two flavours: milk and dark chocolate. Producing 1kg of milk chocolate requires 2 hours in the mixer and 6 hours in the cooler. Producing 1 kg of dark chocolate requires 4 hours in the mixer and 3 hours in the cooler. Both the mixer and cooler can only run for 6 hours per day. Choc-a-bloc is preparing a batch of chocolate to be sold to their newest customer, Coco. Choc-a-bloc expects that they earn a profit of only RM16 and RM20 per kg of milk and dark chocolate sold to Coco. Help Choc-a-bloc determine the optimal number of chocolate bars to make and sell to Coco by formulating and solving their problem. State your recommended production plan for Choc-a-bloc.

[25 marks]

4. Fistana Sdn. Bhd. plans to open a new hotel and want to decide what mix of single, double and luxury rooms to include in the hotel. Only RM10 million is available for the project. Single rooms cost RM40,000 to build, while double and luxury rooms cost RM60,000 and RM120,000 respectively. Fistana expects that business travellers will account for 70% of single room rentals, 40% of double room rentals and 90% of luxury room rentals, while vacation travellers account for the remainder of each room type. Fistana's goals are: first and foremost to ensure that there are at least 100 rooms available for business travellers, and to a lesser degree ensure that there are at least 120 rooms available for vacation travellers. Formulate and solve a preemptive Goal Programming problem for Fistana.

[25 marks]

3. *Choc-a-bloc* membuat dan menjual coklat istimewa kuantiti rendah dalam bentuk bar yang saiznya 250g. Bar-bar coklat tersebut dibuat dalam 2 perisa: coklat susu dan coklat “dark”. Untuk membuat 1kg coklat susu, 2 jam diperlukan dalam mesin adunan dan 6 jam diperlukan dalam mesin penyejuk. Untuk membuat 1kg coklat “dark”, 4 jam diperlukan dalam mesin adunan dan 3 jam diperlukan dalam mesin penyejuk. Kedua-dua mesin tersebut hanya boleh beroperasi selama 6 jam sehari. *Choc-a-bloc* perlu menyediakan bar-bar coklat untuk dijual kepada pelanggan terbaru mereka, *Coco*. *Choc-a-bloc* menganggap bahawa mereka akan hanya dapat keuntungan sebanyak RM16 dan RM20 bagi setiap kg coklat susu dan coklat “dark” yang dijual kepada *Coco*. Bantu *Choc-a-bloc* menentukan bilangan bar coklat yang optimum untuk dibuat dan dijual kepada *Coco* dengan merumuskan dan seterusnya menyelesaikan masalah mereka. Nyatakan cadangan anda bagi pelan produksi *Choc-a-bloc*.

[25 markah]

4. *Fistana Sdn. Bhd.* bercadang untuk membuka hotel baru dan perlu menentukan bilangan bilik bujang, kembar dan mewah yang perlu dibina. Kos untuk membina bilik bujang adalah RM40,000, manakala kos untuk membina bilik kembar dan bilik mewah adalah RM60,000 dan RM120,000 masing-masing. *Fistana* menjangkakan bahawa pelanggan “business” akan menyewa 70% daripada bilik bujang, 40% daripada bilik kembar dan 90% daripada bilik mewah, manakala pekembar akan menyewa bilik-bilik selebihnya. Gol terpenting buat *Fistana* adalah untuk mengesyorkan bahawa terdapat sekurang-kurangnya 100 bilik untuk kegunaan pelanggan “business”, manakala gol kurang penting adalah untuk mengesyorkan bahawa terdapat sekurang-kurangnya 120 bilik untuk kegunaan pelancong. Rumuskan dan selesaikan suatu model Pengaturcaraan Gol “preemptive” untuk *Fistana*.

[25 markah]