
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JIM 415/4 – Pembolehubah Kompleks

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Katakan $C: z(\theta) = 4e^{i\theta}$, $\pi \leq \theta \leq 2\pi$.

Nilaikan $\int_C ze^{z^2} dz$.

(30 markah)

- (b) Katakan C suatu kontur tertutup ringkas berorientasi positif yang terdiri daripada semibulatan $z(\theta) = 2e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, dan garis lurus di atas paksi-x dari $x = -2$ ke $x = 2$. Nilaikan $\int_C z\bar{z} dz$.

(30 markah)

- (c) Jika $C = |z - i| = 5$ berorientasi positif, nilaikan

(i) $\int_C \frac{z^4}{z^2 + 49} dz$.

(ii) $\int_C \frac{z^4}{(z - 3i)^3} dz$.

(40 markah)

2. (a) Katakan $C: |z| = 2$ berorientasi positif dan katakan f analitik di dalam dan di

atas C . Adakah $\int_C \frac{f^{(5)}(z)}{z-i} dz = 24 \int_C \frac{f(z)}{(z-i)^6} dz$? Terangkan.

(20 markah)

(b) Katakan $C: |z| = 3$ berorientasi positif. Nilakan

(i)
$$\int_C \frac{2}{(z^2 + 4)(z - 2i)^2} dz.$$

(ii)
$$\int_C \frac{z^3}{(z - 2i)(z + 4i)} dz.$$

(40 markah)

(c) Nilakan $\int_C e^{-2z} dz$ jika C adalah

(i) garis lurus dari $(1, -\pi)$ ke $(2, 3\pi)$.

(ii) garis lurus dari $(1, -\pi)$ ke $(2, -\pi)$ dan kemudian dari $(2, -\pi)$ ke $(2, 3\pi)$.

Apakah kesimpulan anda?

(40 markah)

3. (a) Tentukan sama ada pernyataan di bawah benar atau salah.

(i) Fungsi f boleh diwakili oleh dua siri kuasa yang berlainan pada titik yang sama z_0 .

(ii) Jika f analitik pada z_0 , maka $f^{(6)}(z_0)$ wujud.

(20 markah)

(b) (i) Katakan $f(z) = \frac{z-1}{z^2 + 16}$. Jika f dikembangkan dalam Siri Taylor pada $z_0 = 2i$, apakah bulatan penumpuannya?

(ii) Dapatkan 3 ungkapan pertama yang tak sifar bagi Siri MacLaurin untuk $\frac{\sin z}{1-z}, |z| < 1$.

(40 markah)

(c) Dapatkan Siri Laurent bagi $f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$ di sekitar $z = i$.

(40 markah)

4. (a) Dapatkan reja bagi

(i) $\frac{z}{z^2 + 1}$ pada $z = i$.

(ii) $\frac{3}{z \cos z}$ pada $z = 0$.

(20 markah)

(b) Jika C suatu bulatan unit berorientasi positif, cari $\int_C \sin\left(\frac{3}{z}\right) dz$.

(30 markah)

(c) Nilaikan $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 1)^2} dx$.

(50 markah)