
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JIM 101/4 - Kalkulus

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

1. (a) Ketaksamaan berikut adalah benar untuk semua nilai x yang menghampiri sifar:

$$1 - \frac{x^2}{6} < \frac{x \sin x}{2(1 - \cos x)} < 1.$$

Dapatkan $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{2(1 - \cos x)}$.

Nyata teorem yang digunakan serta huraianya.

(40 markah)

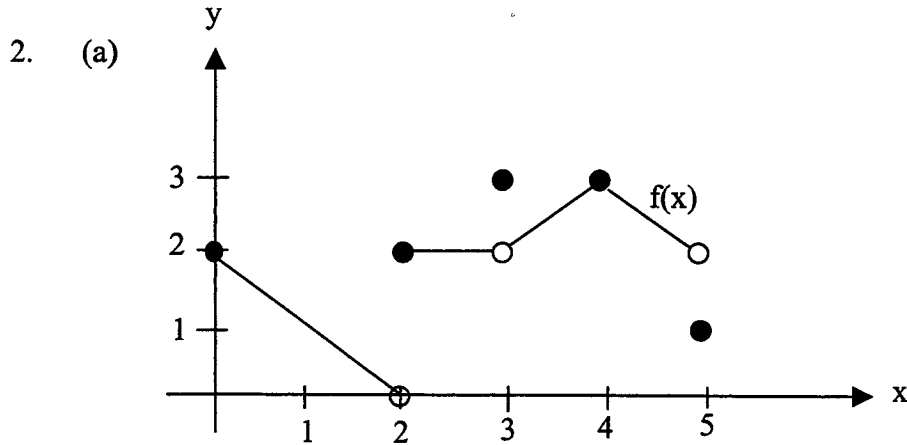
- (b) Tentukan nilai had-had berikut jika wujud:

(i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 + \frac{2}{x}\right) \left(\cos \frac{1}{x}\right)$.

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}$.

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$.

(60 markah)



Berdasarkan graf di atas, dapatkan

- (i) persamaan – persamaan bagi $f(x)$ untuk $0 \leq x \leq 5$.
- (ii) $f(3)$.
- (iii) had $f(x)$.
 $\lim_{x \rightarrow 2^-}$
- (iv) had $f(x)$.
 $\lim_{x \rightarrow 3^+}$

Buktikan bahawa $f(x)$ selanjut pada $x = 4$.

(60 markah)

(b) Diberi $z = 1 - i$.

- (i) Tukarkan z ke dalam bentuk kutub.
- (ii) Dengan menggunakan Teorem de Moivre, ungkapkan z^8 ke dalam bentuk $x + yi$, seterusnya dapatkan nilai x dan y .

(40 markah)

3. (a) Tunjukkan bahawa titik $(2, 4)$ terletak pada lengkung $x^3 + y^3 - 9xy = 0$. Seterusnya dapatkan persamaan tangen dan persamaan normal di titik tersebut.

(40 markah)

- (b) Diberi fungsi $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$, tentukan
- (i) selang-selang $f(x)$ menokok dan menyusut.
 - (ii) selang-selang $f(x)$ cekung ke atas dan cekung ke bawah.
 - (iii) titik minimum atau titik maksimum jika ada.
 - (iv) titik-titik lengkok balas.
- Seterusnya, lakarkan graf $f(x)$.

(60 markah)

4. (a) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ bagi persamaan berikut:

(i) $y = \frac{x e^x}{2\sqrt{x+1}}$.

(ii) $y = \sin(y-x)$.

(iii) $y = \int_1^{x^2} \cos t \, dt$.

(50 markah)

- (b) Selesaikan kamiran berikut:

(i) $\int_{-2}^2 |x| \, dx$.

(ii) $\int \frac{4-2x}{(x^2+1)(x-1)^2} \, dx$.

(iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{8x-x^2}}$.

(Gunakan penggantian $u = x - 4$).

(50 markah)

5. (a) Dapatkan pusat, bucu, fokus dan persamaan asimptot bagi hiperbola

$$-4x^2 + y^2 - 16x = 0.$$

Seterusnya, lakarkan hiperbola tersebut.

(40 markah)

- (b) Diberi parabola $y^2 = 4x$.

- (i) Dapatkan isipadu pepejal kisanan jika parabola tersebut dikisar terhadap paksi y untuk $x \in [0, 1]$.

- (ii) Dapatkan luas permukaan pepejal kisanan jika parabola tersebut dikisar terhadap paksi x untuk $y \in [1, 2]$.

(60 markah)