
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2002/2003

Februari/Mac 2003

JIM 002 – MATEMATIK II

Masa: 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab SEMUA soalan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Diberi fungsi

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2, \quad x \in [-1, 4].$$

Dapatkan

- (i) semua titik genting dan tentukan jenisnya.
- (ii) titik lengkok balas jika ada.
- (iii) nilai maksimum mutlak dan nilai minimum mutlak.

(50 markah)

(b) Cari $\frac{dy}{dx}$ jika

(i) $y = x^2 \ln(1 + x) - e^{-2x} \sin 3x.$

(ii) $x^2y + xy^2 = \sqrt{3 + 2x}.$

(25 markah)

(c) Sebuah kotak mempunyai tapak segiempat sama dikehendaki memuatkan 270 m^3 . Harga bahan untuk membuat tapak ialah RM12 semeter persegi manakala harga bahan untuk membuat dinding dan penutup ialah RM8 semeter persegi. Dapatkan dimensi-dimensi kotak supaya kos pembuatannya minimum.

(25 markah)

2. (a) Selesaikan

(i) $\int \frac{x + 3}{x(x - 1)^2} dx.$

(ii) $\int \frac{x dx}{\sqrt{5 - x}}.$

(iii) $\int_0^{\pi/6} x \sin x dx.$

(60 markah)

- (b) Cari luas rantau yang terkandung di antara lengkung-lengkung $y^2 = 4x$ dan $x^2 = 4y$. Jika rantau tersebut dikisarkan mengelilingi paksi-y melalui sudut 2π radian, dapatkan isipadu pepejal kisaran yang terjana.

(40 markah)

3. (a) Suatu segitiga berbucu pada titik-titik A: (2, 1, -1), B: (1, 0, 1) dan C: (3, 2, 1).

Dapatkan

- (i) sudut diantara AB dan AC.
- (ii) dua vektor yang bertegak lurus pada satah segitiga tersebut.
- (iii) luas ΔABC .

(50 markah)

- (b) Diberi sistem persamaan seperti berikut:

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= 8 \\ x + 2y &= 1. \end{aligned}$$

- (i) Nyatakan sistem persamaan di atas dalam bentuk persamaan matriks $AX = B$.
- (ii) Cari A^{-1} dan seterusnya selesaikan sistem persamaan di atas.
- (iii) Dapatkan matriks P supaya

$$A^{-1}P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(50 markah)

4. (a) Pembolehubah rawak selanjar X mempunyai fungsi taburan kebarangkalian seperti berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8} x^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{Selainnya} \end{cases}$$

Dapatkan

- (i) $E(X)$.
- (ii) $E(3X + 4)$.
- (iii) $\text{Var}(X)$.
- (iv) $\text{Var}(3X + 4)$.

(50 markah)

- (b) Katakan

$$x^2y = a \cos x, \quad a \text{ pemalar.}$$

Cari $\frac{dy}{dx}$, seterusnya tunjukkan bahawa $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2)y = 0$.

(30 markah)

- (c) Tentukan nilai k jika

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & k \\ -4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 33.$$

(20 markah)

5. (a) Satu jawatankuasa yang mengandungi 6 orang dipilih daripada 5 lelaki dan 4 perempuan. Kira bilangan cara jawatankuasa itu dapat dibentuk jika

- (i) tidak ada sebarang syarat.
- (ii) bilangan lelaki dalam jawatankuasa itu mesti lebih daripada bilangan perempuan.

(30 markah)

(b) Dua guli dikeluarkan secara rawak satu demi satu tanpa pengembalian daripada sebuah bekas yang mengandungi 3 guli kuning dan 4 guli hijau. Andaikan X mewakili bilangan guli kuning. Berdasarkan ujikaji ini.

- (i) Lakarkan gambarajah pohon.
- (ii) Dapatkan jadual taburan kebarangkalian bagi X.
- (iii) Apakah kebarangkalian mengeluarkan 1 guli kuning?
- (iv) Apakah kebarangkalian mengeluarkan paling banyak 1 guli hijau?

(70 markah)