

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

**Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2002/2003**

**April 2003**

**ESA 201/3 – Proses Rawak Kejuruteraan**

**Masa : [3 Jam]**

---

**ARAHAN KEPADA CALON :**

1. Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **(6) ENAM** mukasurat bercetak dan **(5) LIMA** soalan.
2. Anda dikehendaki menjawab **(4) EMPAT** soalan
3. Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan.
4. Jawab semua soalan dalam Bahasa Melayu.
5. Mesin kira bukan yang boleh diprogram boleh digunakan.

1. (a) Katakan  $X$  ialah bilangan pesawat terbang F5E yang tidak dapat diterbangkan lagi dan  $Y$  ialah bilangan kemalangan berlaku yang melibatkan pesawat tersebut. Fungsi bercantum  $P(X,Y)$  yang menggambarkan kebarangkalian berlaku serentak kedua-dua pembolehubah tersebut diberi sebagai,

$Y \setminus X$	0	1	2
0	0	0	$t$
1	0	$t$	$6t$
2	$t$	$6t$	$12t$

Tentukan,

- (i) nilai  $t$  supaya  $P(X,Y)$  di atas adalah benar-benar berfungsi kebarangkalian bercantum;
  - (ii) fungsi marginal bagi bilangan pesawat yang tidak digunakan lagi;
  - (iii) fungsi marginal bagi bilangan kemalangan yang berlaku;
  - (iv) min dan varians bagi  $X$  dan min dan varians bagi  $Y$ ;
  - (v) kebarangkalian bilangan kemalangan berlaku sekurang-kurangnya sekali jika diberi bilangan kerosakan hanya sekali sahaja.
- (b) Katakan  $X(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$  ialah suatu proses rawak dengan  $\omega_0$  adalah sebarang nilai malar,  $A$  dan  $\theta$  ialah dua pembolehubah rawak bebas. Pembolehubah rawak  $A$  tertabur secara seragam dari  $-5$  ke  $5$  dan pembolehubah rawak  $\theta$  tertabur secara seragam dari  $0$  ke  $\pi$ .
- (i) Proses rawak ini ialah suatu proses diskrit atau selanjar?;
  - (ii) Tentukan sama ada proses rawak tersebut adalah suatu proses rawak pegun secara meluas atau tidak?;
  - (iii) Tentukan fungsi kolerasi bagi proses tersebut;
  - (iv) Seterusnya, dapatkan min kuasa dua proses rawak tersebut.

(100 markah)

2. (a) Katakan  $P$  dan  $S$  ialah dua pembolehubah rawak yang menunjukkan tekanan dan kelajuan sebuah pesawat di udara pada suatu masa yang tertentu. Fungsi yang menghubungkan dua pembolehubah tersebut diberi sebagai,

$$f(p,s) = \begin{cases} k(p+s), & 0 \leq p \leq 1, 0 \leq s \leq 1 \\ 0, & \text{lain-lain.} \end{cases}$$

$k$  ialah sebarang nilai malar.

Tentukan,

- (i) nilai  $k$  supaya  $f(p,s)$  adalah benar-benar fungsi kebarangkalian bercantum;
  - (ii) fungsi marginal bagi tekanan dan fungsi marginal bagi kelajuan pesawat;
  - (iii) min dan varians bagi kedua-dua pembolehubah tersebut;
  - (iv) kebarangkalian tekanan melebihi 0.5 psi dan kelajuan melebihi 0.5km/s.
- (b) Katakan  $X(t) = K(\sin wt + T)$  ialah satu proses rawak selanjur dengan  $w$  adalah satu nilai malar dan  $K$  dan  $T$  ialah dua pembolehubah rawak bebas.  $K$  tertabur secara seragam dari 10 ke 20, dan  $T$  tertabur seragam dari 0 to  $\pi$ .
- (i) Tentukan sama ada proses rawak itu pegun secara meluas atau tidak.
  - (ii) Tentukan min kuasa dua proses rawak tersebut.

(100 markah)

3. (a) Satu tangki pembekal air dapat membekalkan rawatan air bersih ke dua buah kawasan A dan kawasan B. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak jumlah air yang dibekalkan ke kawasan A dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak jumlah air yang dibekalkan ke kawasan B dalam unit  $10^6$  liter. Taburan bekalan air tersebut diberi sebagai:

$$P(x, y) = \begin{cases} k(2 - x - y) & , \quad 0 \leq x \leq 2 \times 10^6 \text{ liter} \quad \text{dan} \quad 0 \leq y \leq 2 \times 10^6 \text{ liter} \\ 0 & , \quad \text{nilai-nilai lain} \end{cases}$$

$k$  ialah sebarang nilai malar.

Tentukan:

- (i) nilai  $k$  supaya  $P(x, y)$  benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum;
  - (ii) taburan kebarangkalian marginal bagi  $Y$ ;
  - (iii) min dan varians bagi  $X$ .
- (b) (i) Berikan dua syarat bagi satu proses rawak  $X(t)$  itu dikatakan pegun secara meluas.
- (ii) Katakan  $X(t) = A \sin \omega t$  ialah satu proses rawak dengan  $\omega$  adalah malar dan  $A$  ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam diantara  $-1$  dan  $1$ .
- (a) Tunjukkan sama ada  $X(t)$  itu adalah satu proses rawak pegun meluas atau tidak?.
  - (b) Tentukan nilai min kuasa dua bagi proses rawak tersebut.

(100 markah)

4. (a) Satu tangki pembekal air dapat membekalkan rawatan air bersih ke dua buah kawasan A dan kawasan B. Katakan  $X$  ialah pembolehubah rawak jumlah air yang dibekalkan ke kawasan A dan  $Y$  ialah pembolehubah rawak jumlah air yang dibekalkan ke kawasan B dalam unit  $10^6$  liter. Taburan bekalan air tersebut diberi sebagai:

$$P(x, y) = \begin{cases} kx^2(1-y) & , 0 \leq x \leq 1 \text{ dan } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & , \text{ nilai-nilai lain} \end{cases}$$

$k$  ialah sebarang nilai malar.

Tentukan:

- (i) nilai  $k$  supaya  $P(x, y)$  benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian bercantum;
  - (ii) taburan kebarangkalian marginal bagi  $Y$ ;
  - (iii) min dan varians bagi  $X$ .
- (b) (i) Berikan dua syarat bagi satu proses rawak  $X(t)$  itu dikatakan pegun secara meluas.
- (ii) Katakan  $X(t) = A \cos wt$  ialah satu proses rawak dengan  $w$  adalah malar dan  $A$  ialah pembolehubah rawak tertabur secara seragam diantara  $-1$  dan  $1$ .

Tunjukkan sama ada  $X(t)$  itu adalah satu proses rawak pegun meluas atau tidak?. Seterusnya tentukan nilai min kuasa dua bagi proses rawak tersebut.

**(100 markah)**

5. (a) Dalam satu kursus rekabentuk, pelajar dikehendaki melalui dua kaedah penilaian iaitu, tiga ujian praktikal dan dua ujian teori. Untuk lulus kursus ini, pelajar mestilah lulus sekurang-kurangnya dua ujian praktikal dan satu ujian teori. Katakan  $X$  ialah bilangan ujian praktikal yang lulus dan  $Y$  ialah bilangan ujian teori yang lulus, dengan fungsi kebarangkalian bercantum  $P(X,Y)$  diberi sebagai:

$Y \backslash X$	0	1	2	3
0	0.1	0.1	0.0	0.0
1	0.1	0.1	$k$	0.0
2	0.1	$k$	$k$	$2k$

Tentukan,

- (i) nilai  $k$  supaya  $P(X,Y)$  adalah benar-benar fungsi kebarangkalian bercantum;
  - (ii) fungsi marginal bagi  $X$  dan fungsi marginal bagi  $Y$ ;
  - (iii) min dan varians bagi ujian praktikal yang lulus;
  - (iv) taburan kebarangkalian bersyarat bagi  $X$  diberi  $y=2$ .
- (b) Katakan ujian pelancaran satelit mikro ke LEO orbit mengikut proses Markov dalam dua keadaan, iaitu 0: gagal ujian meletakan satelit di orbit dan 1: lulus ujian dan berjaya meletakan satelit di orbit dengan selamat. Matriks peralihan proses itu diberi sebagai,

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Jika pada masa awal ujian (taburan awal) ialah  $(0.5 \quad 0.5)$ , tentukan peratusan satelit itu berjaya dalam ujian tersebut pada masa  $t = 3$ ; dan seterusnya tentukan taburan keseimbangan bagi proses ujian satelit tersebut.

(100 markah)

oooOOOooo