



Second Semester Examination  
2016/2017 Academic Session

June 2017

**CPT115 – Mathematical Methods for Computer Sciences**  
*[Kaedah Matematik bagi Sains Komputer]*

Duration : 2 hours  
*[Masa : 2 jam]*

---

**INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:**

*[ARAHAN KEPADA CALON:]*

- Please ensure that this examination paper contains **FOUR** questions in **SIX** printed pages before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **ENAM** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

- Answer **ALL** questions.

*[Jawab **SEMUA** soalan.]*

- You may answer the questions either in English or in Bahasa Malaysia.

*[Anda dibenarkan menjawab soalan sama ada dalam bahasa Inggeris atau bahasa Malaysia.]*

- In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]*

1. (a) Given  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ .

Diberi  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ .

Show that

Tunjukkan bahawa

$$(AB)^T = B^T A^T$$

(5/100)

- (b) Model the traffic flow at 4 junctions illustrated in Figure 1 using simultaneous equations and determine the values of  $x_1, x_2, x_3$  and  $x_4$ .

Modalkan laluan trafik pada keempat-empat simpang di Rajah 1 dengan menggunakan persamaan serentak dan kirakan nilai  $x_1, x_2, x_3$  dan  $x_4$ .

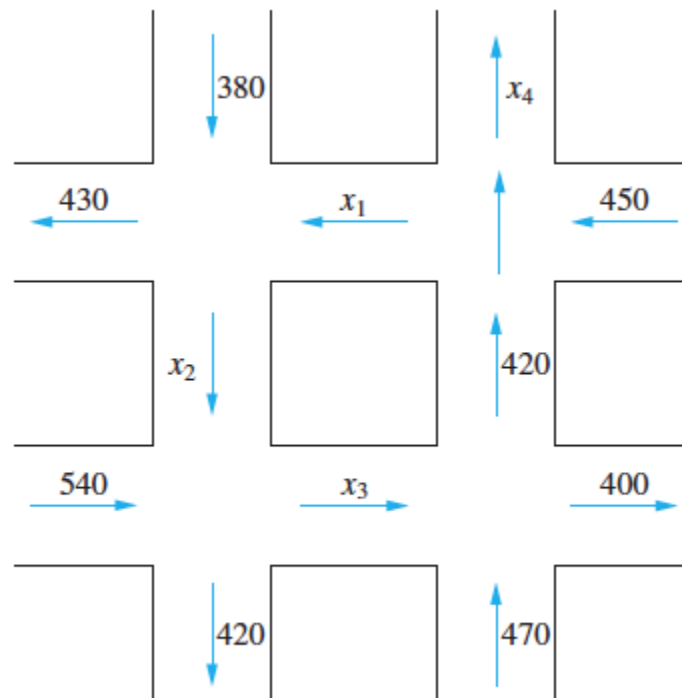


Figure 1 / Rajah 1

(5/100)

- (c) (i) Given  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ , find the adjoint matrix  $adj A$  and prove that the Inverse matrix of  $A$  is

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Diberi  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ , dapatkan matriks adjoin  $adj A$  dan buktikan bahawa matrix songsang  $A$  adalah

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(8/100)

- (ii) The matrices  $A, A^{-1}$  are used in encryption and decryption the following message

Message: SEND MONEY

Message in numerals is: 5, 8, 10, 21, 7, 2, 10, 8, 3

Compute the encrypted code and subsequently decrypt the encrypted code by using the given matrices.

*Matriks-matriks  $A, A^{-1}$  digunakan dalam penyulitan dan penyahsulitan mesej*

*Mesej: SEND MONEY*

*Mesej dalam nombor: 5, 8, 10, 21, 7, 2, 10, 8, 3*

*Kirakan kod penyulitan dan seterusnya nyahsulit kod sulit dengan menggunakan matriks-matriks yang diberi.*

(7/100)

2. (a) Given  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , find the characteristic equation and Eigen values of matrix  $A$ .

Diberi  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , cari persamaan ciri dan nilai-nilai Eigen bagi matriks  $A$ .

(6/100)

- (b) Given vectors  $V_1 = \{ 5, 2, 4 \}$  and  $V_2 = \{ 3, 3, 2 \}$ , find

L1 Norm distance  
L2 Norm distance  
Dot product  
Cosine Distance

Diberi vektor-vektor  $V_1 = \{ 5, 2, 4 \}$  and  $V_2 = \{ 3, 3, 2 \}$ , carikan

Jarak L1 Norm  
Jarak L2 Norm  
Hasil darab dot (Dot product)  
Jarak Cosine

(6/100)

- (c) Write the following in  $a + ib$  form, where  $a, b$  are real numbers.

Tuliskan yang berikut dalam bentuk  $a + ib$  di mana  $a, b$  adalah nombor-nombor nyata.

(i)  $\frac{1}{(1 + \cos \theta - i \sin \theta)}$

(5/100)

(ii)  $(-3 + i\sqrt{3})^4$

(8/100)

3. (a) Hypothesis testing based on deriving statistical evidence from a sample has potential real world applications. Define the following with standard mathematical symbols.

*Pengujian hipotesis berdasarkan bukti saintifik terbitan daripada suatu sampel mempunyai potensi aplikasi dalam dunia sebenar. Takrifkan yang berikut dengan menggunakan symbol matematik dalam bentuk piawai.*

- (i) Null Hypothesis.

*Hipotesis Nul.*

- (ii) Alternative Hypothesis.

*Hipotesis Alternatif.*

(4/100)

- (b) Assume that a proposed face detection algorithm reports 93% sensitivity and 8% false alarm rates; Also assume that, as a prior information, imaging experts are of the opinion that about 5% of images in general may contain a face image. Suppose a given input image is detected as positive by the algorithm, determine the probability that the input image contains a face. Apply Bayesian rule and illustrate your workings neatly using probability trees. Use suitable variables and mathematical symbols.

*Andaikan algoritma pengesanan muka yang dicadangkan melaporkan 93% kadar kepekaan dan 8% kadar isyarat palsu; Andaikan juga, sebagai maklumat awal, pakar pengimejan berpendapat bahawa 5% daripada imej secara amnya mengandungi imej muka. Katakan imej input yang diberikan dikesan positif oleh algoritma tersebut, tentukan kebarangkalian bahawa imej tersebut mengandungi imej muka. Gunakan kaedah Bayesian dan gambarkan langkah kerja yang kemas dengan menggunakan pepohon kebarangkalian. Gunakan pemboleh ubah dan simbol matematik yang sesuai.*

(12/100)

- (c) Apply the method of least squares to best-fit a straight line for the following data points:

$(-2,0)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,1)$  and  $(1,2)$

You are required to find the equation of the best-fit line.

*Gunakan kaedah kuasa dua terkecil untuk mendapatkan garis lurus yang paling sesuai bagi titik data yang berikut:*

$(-2,0)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,1)$  dan  $(1,2)$

*Anda dikehendaki mencari persamaan untuk garis lurus yang paling sesuai.*

(14 /100)

4. (a) Generate a tabular data in the range 0 to 1 with an interval  $h = 1/6$  so as to solve  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  using trapezoidal rule. The trapezoidal rule is given by:

$$\frac{h}{2} [\text{sum of the first and last ordinates} + 2(\text{sum of the intermediates})]$$

*Janakan satu data berjadual dalam julat antara 0 dan 1 dengan selang  $h=1/6$  untuk menyelesaikan  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  menggunakan kaedah Trapezoid. Kaedah Trapezoid diberikan sebagai:*

$$\frac{h}{2} [\text{jumlah ordinat pertama dan terakhir} + 2(\text{jumlah ordinat pertengahan})]$$

(10/100)

- (b) Differential equations have potential applications in computer graphics and vision. Form the differential equation for  $y = ax + bx^2$  by applying appropriate successive differentiation.

*Persamaan pembezaan mempunyai aplikasi yang berpotensi dalam grafik computer dan penglihatan. Bentukkan persamaan pembezaan untuk  $y = ax + bx^2$  dengan menggunakan pembezaan berturutan yang sesuai.*

(10/100)