

---

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

**Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2002/2003**

**April 2003**

**JUM 201/4 - MATEMATIK KEJURUTERAAN III**

**Masa : 3 jam**

---

**ARAHAN KEPADA CALON**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA (5)** muka surat bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **LIMA (5)** soalan sahaja.

Setiap soalan bernilai 20 markah.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Pada soalan-soalan yang berkenaan, takrif  $j = \sqrt{-1}$  digunakan.

Buku rumus disediakan.

Mesinkira boleh digunakan.

1. (a) Selesaikan persamaan pembezaan boleh pisah berikut.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-5}{y^2}$$

(6 markah)

- (b) Tukarkan persamaan pembezaan berikut kebentuk persamaan pembezaan linear.

$$\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x^2} = x \cos x, \quad x > 0$$

Seterusnya, dengan mengirakan faktor kamiran bagi persamaan tersebut, carilah penyelesaian akhirnya.

(8 markah)

- (c) Buktikan bahawa persamaan pembezaan berikut adalah persamaan pembezaan tepat.

$$(x + y^2)dy + (y - x^2)dx = 0$$

Seterusnya, carilah penyelesaian bagi persamaan pembezaan di atas.

(6 markah)

2. (a) Dengan menggunakan penggantian  $y = ux$  dan  $\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$ , selesaikan persamaan pembezaan homogen di bawah.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3xy + y^2}{3x^2}$$

(8 markah)

- (b) Carilah jelmaan Laplace songsang bagi

(i)  $F(s) = \frac{6}{s^4}$

(ii)  $F(s) = \frac{2s+1}{s^2+4}$

(7 markah)

- (c) Dengan menggunakan jadual jelmaan Laplace, cari jelmaan Laplace bagi fungsi berikut.

$$11 + 5e^{4t} - 6 \sin 2t$$

(5 markah)

3. (a) Berikut ialah persamaan pembezaan linear peringkat ke-2.

$$y'' - 2y' - 24y = 6 \cos 3x$$

- (i) Tentukan punca-punca bagi persamaan ciriannya.
- (ii) Cari penyelesaian pelengkap,  $y_p$ .
- (iii) Seterusnya dengan menggunakan kaedah koefisien tidak diketahui ataupun kaedah ubahan parameter, cari penyelesaian khusus  $y_k$ .
- (iv) Akhirnya, dapatkan penyelesaian am,  $y_a$ .

(10 markah)

- (b) Cari penyelesaian persamaan pembezaan biasa berikut dengan menggunakan kaedah jelmaan Laplace.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 6x = 2e^{-t}.$$

Syarat awal,  $x = 0$  dan  $\frac{dx}{dt} = 0$  pada  $t = 0$ .

(10 markah)

4. Kita diberi fungsi berikut:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$$

(a) Janakan Siri Fourier untuk fungsi tersebut.

(6 markah)

(b) Apakah nilai Siri Fourier tersebut pada  $x = \frac{\pi}{2}$  ?

(3 markah)

Kita diberi juga medan vektor  $\underline{F} = (2x + y)\underline{i} + (x + z^2)\underline{j} + 2yz\underline{k}$ .

(c) Tentukan sama ada medan vektor  $\underline{F}$  tersebut abadi atau tidak.

(3 markah)

(d) Seterusnya, kirakan  $\int_C \underline{F} \cdot d\underline{r}$  di mana  $C$  ialah komposit dua cebis garislurus, iaitu yang pertama dari  $(0,0,0)$  ke  $(1,2,1)$  dan yang kedua dari  $(1,2,1)$  ke  $(1,1,\pi)$ .

(8 markah)

5. (a) Selesaikan persamaan separa berikut

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

dengan syarat  $u(x,0) = 3 + 2e^x$ .

(8 markah)

(b) Kita juga diberitahu bahawa  $C$  ialah lengkung tertutup yang terdiri daripada komposit-komposit garislurus, iaitu yang pertama sekali dari  $(0,0)$  ke  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ , kemudian dari  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  ke  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  dan akhir sekali dari  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  kembali ke  $(0,0)$ .

Gunakan Teorem Green untuk mengirakan  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  di mana  $\vec{F} = xy\vec{i} + 2y\vec{j}$ .

$$( \text{Teorem Green: } \oint_C (Pdx + Qdy) = \iint_S \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy )$$

(12 markah)

6. (a) Anda diberi seutas dawai sepanjang 1 meter. Anda diminta untuk membentukkan rangka dawai sebuah kuboid. Kirakan dimensi-dimensi dan isipadu kuboid tersebut sekiranya anda inginkan rangka dawai sebuah kuboid dengan isipadu maksimum. Tunjukkan nilai isipadu yang telah anda kira adalah maksimum.

(8 markah)

- (b) Diberi suatu permukaan tertutup  $S$  dalam oktan pertama yang terdiri daripada komposit bahagian sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  dengan satah-satah  $x = 0$ ,  $y = 0$  dan  $z = 0$ . Jika  $\vec{F} = x\vec{i} + 2z\vec{j} + y\vec{k}$ , gunakan Teorem Capahan Gauss untuk mengirakan  $\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ .

$$( \text{Teorem Capahan Gauss: } \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{F} dV )$$

(12 markah)

oooOOOooo