
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2016/2017

December 2016 / January 2017

EMT 211 – Engineering Probability & Statistics
[Kebarangkalian & Statistik Kejuruteraan]

Duration : 3 hours
Masa : 3 jam

Please check that this paper contains **ELEVEN(11)** printed pages, **ONE(1)** page Appendix and **FIVE(5)** questions before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **SEBELAS(11)** mukasurat beserta **SATU(1)** Lampiran bercetak dan **LIMA(5)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

Appendix/Lampiran :

1. Formulas [1 page/mukasurat]

INSTRUCTIONS : Answer **ALL** questions.

*[**ARAHAN :** Jawab **SEMUA** soalan.]*

Answer questions in English OR Bahasa Malaysia.

[Jawab soalan dalam Bahasa Inggeris ATAU Bahasa Malaysia.]

Answer to each question must begin from a new page.

[Jawapan bagi setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

- Q1. [a] Suppose that three events A, B and C are mutually independent such that $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ and $P(C) = 0.5$. Evaluate**

Andaikan bahawa tiga peristiwa A, B dan C adalah saling tak bersandaran dengan $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ dan $P(C) = 0.5$. Kirakan

- (i) $P(A \cap B \cap C')$
- (ii) $P(A \cap B' \cap C)$
- (iii) $P(A' \cap B \cap C)$

(30 marks/markah)

- [b] Prove the following using the algebra of sets. Then verify with the Venn diagram.**

Buktikan yang berikut dengan menggunakan algebra set. Kemudian tentusahkan dengan gambarajah Venn.

- (i) $(B \cap A') \cup (C \cap A') = (B \cup C) \cap A'$
- (ii) $(B \cap A')' \cap (A')' = A$
- (iii) $B' \cap (B' \cap A')' = B' \cap A$

(30 marks/markah)

- [c] Based on archery shooting experiences, an archer claims that 25% of her shots will be in the center of the target (i.e. a bulls-eye). A sports researcher plans to test this claim by sampling her 300 shots. The 300 shots result in 60 bulls-eyes. At a 5% level of significance, determine whether the researcher will reject the archer's claim.**

Berdasarkan pengalaman memanah, seorang pemanah menyatakan bahawa 25% daripada pemanahannya akan berada tepat di tengah sasaran (i.e. pusat sasaran). Seorang ahli penyelidik sukan berhasrat untuk mengkaji pernyataan ini dengan mensampel 300 pemanahannya. Dalam 300 pemanahan itu hasilnya 60 pusat sasaran. Pada selang keyakinan 5%, tentukan sama ada penyelidik akan menolak pernyataan pemanah itu.

(40 marks/markah)

- Q2. [a]** In a small town, it has been forecasted that it will be a rainy day by one third of the days. Given that it is rainy, there will be a heavy traffic with probability $\frac{1}{2}$, and given that it is not rainy, there will be heavy traffic with probability $\frac{1}{4}$. If it is rainy and there is heavy traffic, I will arrive late for work with probability $\frac{1}{2}$. On the other hand, the probability of being late is reduced to $\frac{1}{8}$ if it is not rainy and there is no heavy traffic. In other situations (such as rainy and no traffic, not rainy and traffic) the probability of being late is $\frac{1}{4}$. Consider a random day situation.

Di sebuah bandar kecil, telah diramalkan bahawa hujan berlaku dengan kadar satu pertiga daripada hari-harinya. Diberi bahawa hari hujan, kesesakan lalu lintas akan berlaku dengan kebarangkalian $\frac{1}{2}$, dan diberi bahawa hari tidak hujan, akan berlaku kesesakan lalu lintas dengan kebarangkalian $\frac{1}{4}$. Jika hari hujan dan kesesakan lalu lintas berlaku, maka saya akan tiba lewat ke kerja dengan kebarangkalian $\frac{1}{2}$. Sebaliknya, kebarangkalian lewat ke kerja akan berkurangan kepada $\frac{1}{8}$ jika hari tidak hujan dan tiada kesesakan lalu lintas. Dalam situasi-situasi lain (misalnya hujan dan tiada kesesakan lalu lintas, tiada hujan dan kesesakan lalu lintas) kebarangkalian lewat ialah $\frac{1}{4}$. Pertimbangkan situasi suatu hari secara rawak.

- (i) **Find the probability that it is not raining and there is heavy traffic and I am not late.**
Dapatkan kebarangkalian bahawa tiada hujan dan berlakunya kesesakan lalu lintas dan saya tidak lewat.
- (ii) **What is the probability that I am late?**
Apakah kebarangkalian saya lewat?
- (iii) **Given that I have arrived late at work, what is the probability that it rained that day?**
Diberi bahawa saya tiba lewat ke tempat kerja, apakah kebarangkalian bahawa hari itu hujan?

(30 marks/markah)

- [b]** A semiconductor factory produces components of which 1% are defective. The components are packed in boxes of 10. If a box is selected at random,

Suatu kilang semikonduktor menghasilkan komponen-komponen yang 1% adalah cacat. Komponen-komponen itu dibungkus dalam kotak yang ada 10. Jika suatu kotak dipilih secara rawak,

- (i) **find the probability that the box contains exactly 1 defective component.**
dapatkan kebarangkalian bahawa kotak itu mengandungi tepat 1 komponen cacat.
- (ii) **find the probability that there are at least 2 defective components in the box.**
dapatkan kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya terdapat 2 komponen cacat di dalam kotak.
- (iii) **using a suitable approximation, find the probability that a batch of 250 components contains from 1 to 4 defective components.**
dengan penganggaran yang sesuai, dapatkan kebarangkalian bahawa suatu kelompok 250 komponen-komponen akan mengandungi sebanyak dari 1 hingga 4 komponen-komponen yang cacat.

(30 marks/markah)

- [c] **The lifespan of a type of bulb is known to be normally distributed with a standard deviation of 150 hours. The supplier of the bulb claims that the mean lifespan is more than 5500 hours. The lifespans in hours of a random sample of 15 bulbs are given as follows.**

Jangka hayat suatu jenis mentol diketahui bertaburan normal dengan sisihan piawai 150 jam. Pembekal mentol itu menyatakan bahawa min jangka hayat mentol itu adalah lebih daripada 5500 jam. Jangka hayat dalam unit jam bagi sampel rawak 15 mentol diberi seperti berikut.

5260	5400	5820	5530	5380
5460	5510	5520	5600	5780
5520	5500	5360	5620	5430

State the appropriate hypotheses to test the supplier's claim and carry out the hypothesis test at 5% significance level.

Nyatakan hipotesis-hipotesis yang sesuai untuk menguji pernyataan pembekal itu dan lakukan ujian hipotesis pada selang keyakinan 5%.

(40 marks/markah)

- Q3. [a] **The number of boxes arranged by different contestants in time within 15 minutes in a recent Champion Shapes contest are given as follows.**

Bilangan kotak-kotak yang sempat diatur oleh peserta-peserta berlainan dalam tempoh 15 minit bagi suatu pertandingan Champion Shapes baru-baru ini diberi seperti berikut.

81 64 67 52 52 56 40 42 45

47 49 49 35 37 39 27 29 11

- (i) **Find the mean, median, mode and range.**
Dapatkan min, median, mod dan julat.
- (ii) **Sketch a stem plot for the given data.**
Lakarkan plot tangkai bagi data yang diberi.
- (iii) **Sketch a box plot for the given data.**
Lakarkan plot kotak bagi data yang diberi.
- (iv) **Based on Q3[a](ii) or Q3[a](iii), determine the skewness of the data.**
Berdasarkan S3[a](ii) atau S3[a](iii), tentukan kepencongkan data itu.

(50 marks/markah)

- [b] **Suppose the Road Transport Department Malaysia (JPJ) wants to examine the safety of sports cars, MPVs and vans. The department collects a sample of pressure measurements on the driver's head during a crash test for each of the car types. Based on the data provided in the following Table Q3[b],**

Andaikan bahawa Jabatan Pengangkutan Jalan (JPJ) Malaysia ingin mengkaji keselamatan kereta sport, MPV dan van. Jabatan ini mengumpulkan suatu sampel bagi ukuran tekanan pada kepala pemandu ketika ujian kemalangan bagi setiap jenis kereta. Berdasarkan data yang diberi dalam Jadual S3[b] berikut,

Table Q3[b]*Jadual S3[b]*

	Sports cars	MPVs	Vans
	643	469	484
	655	427	456
	702	525	402
\bar{x}	666.67	473.67	447.33
s	31.18	49.17	41.68

- (i) **state the hypotheses to test whether the mean pressure applied to the driver's head during a crash test is equal for each type of the cars.**
nyatakan hipotesis-hipotesis untuk menguji sama ada tekanan min yang dikenakan pada kepala pemandu ketika ujian kemalangan adalah sama bagi setiap jenis kereta.

- (ii) **calculate the Sum of Squares Total (SST), Sum of Squares Groups (SSG), and Sum of Squares Error (SSE).**
kirakan Total Sum of Squares (SST), Sum of Squares Groups (SSG), dan Error Sum of Squares (SSE).
- (iii) **hence, find the Mean Square Groups (MSG) and Mean Square Error (MSE).**
dengan demikian, dapatkan Mean Square Groups (MSG) dan Mean Square Error (MSE).

(50 marks/markah)

Q4. [a] Table 4[a] shows the respective heights X and Y (m) sample of 12 fathers and their eldest son.

Jadual 4[a] menunjukkan ketinggian masing-masing X dan Y (m) sampel 12 bapa dan anak lelaki mereka yang tertua.

- (i) **Construct a scatter diagram of the data.**
Binakan gambaran sebaran data.
- (ii) **Find the least-squares regression line of the data by solving the simultaneous equations.**
Carikan garis regresi kuasa dua terkecil dengan menyelesaikan persamaan-persamaan serentak.
- (iii) **Find the least squares regression line of the data by solving the normal equations.**
Carikan garis regresi kuasa dua terkecil dengan menyelesaikan persamaan-persamaan yang biasa.
- (iv) **Based on the data, what are the inferences that you may make? Explain.**
Berdasarkan data, apakah inferens yang boleh anda buat? Terangkan.
- (v) **Construct a table giving the fitted values of residual, Y_{est} .**
Binakan satu jadual dengan memberikan baki nilai-nilai suaian, Y_{est} .
- (vi) **Find the sum of squares for the residuals and the squares of the residuals for the regression line of Y and X.**
Carikan jumlah hasil tambah kuasa dua untuk saki-baki tersebut dan kuasa dua saki-baki untuk garis regresi Y dan X.

(40 marks/markah)

Table Q4[a]
Jadual S4[a]

Height of the father/ Ketinggian ayah, X (m)	6.5	6.3	6.7	6.4	6.8	6.2	7.0	6.6	6.8	6.7	6.9	7.1
Height of the eldest son/ Ketinggian anak tertua, Y (m)	6.8	6.6	6.8	6.5	6.9	6.6	6.8	6.5	7.1	6.7	6.8	7.0

- [b] If the line of Y versus X is given by $Y = a_0 + a_1X$, prove that the standard error estimate s_{y-x} is given by Equation (1).

Jika garisan Y pada X diberikan oleh $Y = a_0 + a_1X$, buktikan bahawa ralat piawai anggaran s_{y-x} diberikan oleh persamaan (1).

$$s_{y-x}^2 = \frac{\sum Y^2 - a_0 \sum Y - a_1 \sum XY}{N} \quad (1)$$

Compute the standard error of estimate s_{y-x} for the data in Table Q4[a]:
Kirakan anggaran ralat piawai s_{y-x} bagi data di dalam Jadual S4[a]:

- (i) **using Equation (1).**
dengan menggunakan persamaan (1).
- (ii) **the results obtained from the data set.**
keputusan yang diperolehi daripada set data.

(20 marks/markah)

- [c] (i) **Construct two lines which are parallel to the regression line in Table Q4[a] and at a vertical distance s_{y-x} from initial regression line.**
Binakan dua garis yang selari dengan garis regresi dalam Jadual S4[a] dan berada pada satu jarak menegak s_{y-x} dari garisan permulaan regresi.

- (ii) **Find the coefficient of determination and the coefficient of correlation from the data in Table Q4[a]. Explain and justify the results obtained.**

Carikan pekali penentuan dan pekali korelasi dari data dalam Jadual S4[a]. Terangkan dan justifikasikan keputusan yang diperolehi.

(40 marks/markah)

- Q5. The results, in terms of average material removal rate (MRR), were obtained after conducting the abrasion test for all nine specimens. Each test specimen represents one experiment in the orthogonal array as in Table Q5(i). The experimental results for abrasion test under the application of constant load are summarized in Table Q5(ii). The results were analyzed by employing main effects, by ANOVA, along with the signal-to-noise ratio (S/N) analyses. Finally, a confirmation test was carried out to compare the experimental results with the estimated results. Taguchi analysis was carried out as shown in Table Q5(iii-v). Units used are as in Table Q5(i).**

Keputusan dari segi purata kadar penyingkiran bahan diperolehi selepas menjalankan ujian lelasan untuk kesemua sembilan spesimen. Setiap ujian spesimen mewakili satu eksperimen dalam tatasusunan orthogonal seperti yang tertera dalam Jadual S5(i). Keputusan ujikaji bagi ujian di bawah penggunaan beban lelasan berterusan diringkaskan seperti di dalam Jadual S5(ii). Keputusan telah dianalisa dengan menggunakan kesan-kesan utama, menggunakan ANOVA bersama dengan analisa nisbah isyarat-ke-hingar (S/N). Akhirnya, ujian pengesahan telah dijalankan untuk membandingkan keputusan eksperimen dengan keputusan anggaran. Analisis Taguchi telah dijalankan seperti yang ditunjukkan dalam Jadual S5(iii-v). Unit-unit yang digunakan adalah seperti dalam Jadual S5(i).

Table Q5(i)
Jadual S5(i)

Experiment number Nombor ujikaji	Sliding speed <i>Kelajuan gelongsor</i> (rpm)	Distance of sliding <i>Jarak gelongsor</i> (km)	Dead Load <i>Beban mati</i> (N)	Abrasion duration <i>Tempoh lelasan</i> (min)	Average MRR <i>Purata kadar penyingkiran bahan</i> (mm ³ /s)
1	196	210	70	40	0.82
2	210	232	70	60	0.88
3	234	266	70	120	1.23
4	234	210	180	60	1.19
5	210	232	180	120	1.02
6	196	266	180	40	1.08
7	234	210	290	60	1.13
8	196	232	290	40	0.92
9	210	266	290	120	1.11

Table Q5(ii)
Jadual S5(ii)

Symbol	Parameter/factors	Coded level		
		Level 1	Level 2	Level 3
A	Sliding speed	0.94	1.00	1.18
B	Distance of sliding	0.94	1.05	1.14
C	Dead Load	0.97	1.02	1.09
D	Abrasion duration	0.94	1.07	1.12

Taguchi Analysis: S/N ratio**Table Q5(iii)***Jadual S5(iii)*

Level	A	B	C	D
1	-1.728	-1.773	-1.386	-1.936
2	-1.599	-1.592	-1.572	-1.713
3	-1.415	-1.377	-1.784	-1.093
Delta	0.314	0.396	0.399	0.844
Rank	4	3	2	1

Table Q5(iv)*Jadual S5(iv)*

Level	A	B	C	D
1	263.8	262.1	259.5	260.6
2	263.8	266.5	266.7	264.6
3	271.4	273.3	275.6	276.6
Delta	7.6	11.2	16.0	16.0
Rank	4	3	1	2

Table Q5(v)*Jadual S5(v)*

Level	A	B	C	D
1	321.3	321.3	304.2	325.6
2	320.9	320.6	319.6	322.5
3	319.9	320.2	338.3	313.9
Delta	1.3	1.1	34.1	11.7
Rank	3	4	1	2

From the observation made from the given data:*Dari pemerhatian yang dibuat pada data yang diberikan:*

- (i) **determine, using T-test, the One-Sample T: average MRR (mm^3/s).**
dengan menggunakan ujian-T, tentukan purata satu sampel T: purata MRR (mm^3/s).

(30 marks/markah)

- (ii) **sketch the T-test distribution plot.**

*Lakarkan plot taburan ujian-T.***(30 marks/markah)**

- (iii) **Make ONE (1) conclusion based on the statement, “Since $T < t_{0.05,8}$, therefore null hypothesis is accepted. The average MRR is less than or equal to $1 \text{ mm}^3/\text{s}$ at 5% confidence interval”.**

Buatkan SATU (1) kesimpulan yang berdasarkan kenyataan, “Oleh sebab $T < t_{0.05,8}$, maka hipotesis nol itu diterima. Purata MRR adalah kurang daripada atau sama dengan $1 \text{ mm}^3/\text{s}$ pada selang keyakinan ialah 5%”.

(20 marks/markah)

- (iv) **State TWO (2) assumptions that mostly describe the condition of the experiment.**

Nyatakan DUA (2) andaian yang sangat menggambarkan keadaan ujikaji.

(20 marks/markah)

-0000000-

APPENDIX 1
LAMPIRAN 1

FORMULAS

Sample mean of responses from i^{th} group, $\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i}$

x_{ij} = the j^{th} response sampled from the i^{th} group (population)

n_i = total number of sample (sample size) of group i

Grand mean, $\bar{\bar{x}} = \frac{\sum X_{ij}}{N}$

X_{ij} = i^{th} observation/data in the j^{th} column

N = total number of observations

Sample standard deviation of responses from i^{th} group, $S_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}$

Sum of Squares Total, $SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$

Sum of Squares Groups, $SSG = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$

Sum of Squares Error, $SSE = \sum \sum (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

Mean Square Groups (MSG) = $\frac{SSG}{k-1}$

Mean Square Error (MSE) = $\frac{SSE}{n-k}$

k = number of groups

n = number of observation/data