
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2016/2017 Academic Session

December 2016 / January 2017

EEE 453 – CONTROL SYSTEM DESIGN
[REKABENTUK SISTEM KAWALAN]

Duration 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **SEVENTEEN (17)** pages of printed material before you begin the examination. This examination paper consist of two versions, The English version and Malay version. The English version from page **TWO (2)** to page **NINE (9)** and Malay version from page **TEN (10)** to page **SEVENTEEN (17)**.

*Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH BELAS (17)** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Kertas peperiksaan ini mengandungi dua versi, versi Bahasa Inggeris dan Bahasa Melayu. Versi Bahasa Inggeris daripada muka surat **DUA (2)** sehingga muka surat **SEMBILAN (9)** dan versi Bahasa Melayu daripada muka surat **SEPULUH (10)** sehingga muka surat **TUJUH BELAS (17)**.*

Instructions: This question paper consists **SIX (6)** questions. Answer **FIVE (5)** questions. All questions carry the same marks.

[Arahan: Kertas soalan ini mengandungi **ENAM (6)** soalan. Jawab **LIMA (5)** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama]

Answer to any question must start on a new page.

[Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru]

“In the event of any discrepancies, the English version shall be used”.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai]

ENGLISH VERSION

1. A Quanser Qube Servo Module shown in Figure 1.1 is attached with an inertia disk. The position of the inertia disk is to be controlled using a controller which is to be designed. Figure 1.2 shows the closed-loop diagram depicting the control scheme to be employed.



Figure 1.1 (a) Quanser Qube Servo Module

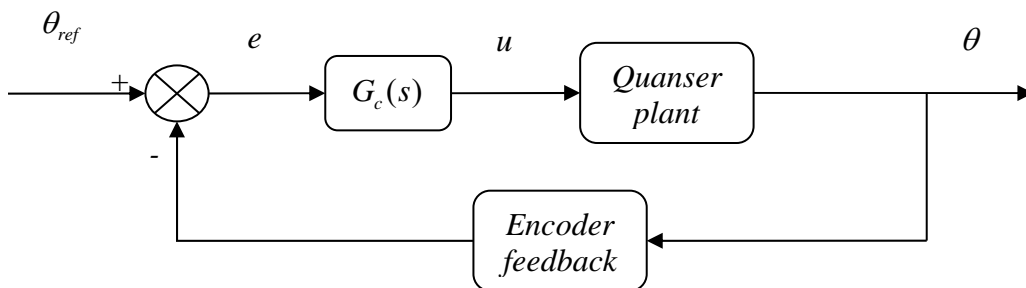


Figure 1.2 : Quanser Qube Servo module control system with phase-lag compensator to be used in the controller design

- (a) Design a phase lag controller $G_c(s)$ which will yield error requirement of $K_v=20$ and the phase margin of at least 45° if the Quanser plant transfer function is given as

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+2)}.$$

Assume that the encoder feedback gain is unity. For your bode plot, take $0.01 \text{ rad/s} < \omega < 100 \text{ rad/s}$ as your logarithmic frequency range.

(60 marks)

- (b) Show on the drawn bode plot the phase lag controller's magnitude and phase plot.

(15 marks)

- (c) Compute the steady-state error for the compensated system to prove that the steady-state performance has been satisfied. Assume that the reference input is a unit ramp.

(15 marks)

- (d) What happened to the bandwidth of the compensated system if a low pass filter is added to the compensated system?

(10 marks)

...4/-

2. (a) (i) As part of a control design steps in state-space, convert the following transfer function of a plant into a State-Space representation using **Controller Canonical Form**. Show all the steps including the signal flow graph construction.

$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 2s + 7}$$

(45 marks)

- (ii) Using the State-space model obtained in 2(a)(i), decide whether the system is controllable or not?

(25 marks)

- (b) Consider the system with the following state equation

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 11y = 6u$$

Synthesize the differential equation shown above in a parallel canonical form in state space.

(30 marks)

3. (a) As part of the control design procedure to design an observer, an observability test should be performed. Decide whether the following system is observable or not.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 20 & 9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(30 marks)

- (b) To investigate the unforced response of a system before designing a controller, the control engineer is required to study the system state response. The state-space of the system is

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

- (i) Obtain the state-transition matrix $\Phi(t)$ of the following system.

(25 marks)

- (ii) Obtain also the corresponding $\Phi^{-1}(t)$.

(10 marks)

(c) Given the system equation

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

find the solution in terms of the initial conditions $x_1(0), x_2(0)$ and $x_3(0)$

(35 marks)

4. (a) If a system is described by the state equation

state the condition required for the system to be completely observable.

(10marks)

(b) The dynamics of a robot arm is described by the following state equation:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad 0 \quad 2]x$$

Determine if the system is observable.

(30 marks)

- (c) An electrical plant is described by a state equation with the following matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = [1 \quad 0]$$

Design an observer for the plant such that the observer error system has its poles at $\{-2 \pm j\}$.

(30 marks)

- (d) If the feedback gain is $K = [1 \quad 1]$, determine the transfer function $\frac{U(s)}{Y(s)}$ of the overall controller including the observer from 4(c) by treating $u = K\hat{x}$ as the output and y as the input to the controller.

(30 marks)

5. (a) What is internal model principle? Draw the corresponding closed-loop diagram to support your answer.

(20 marks)

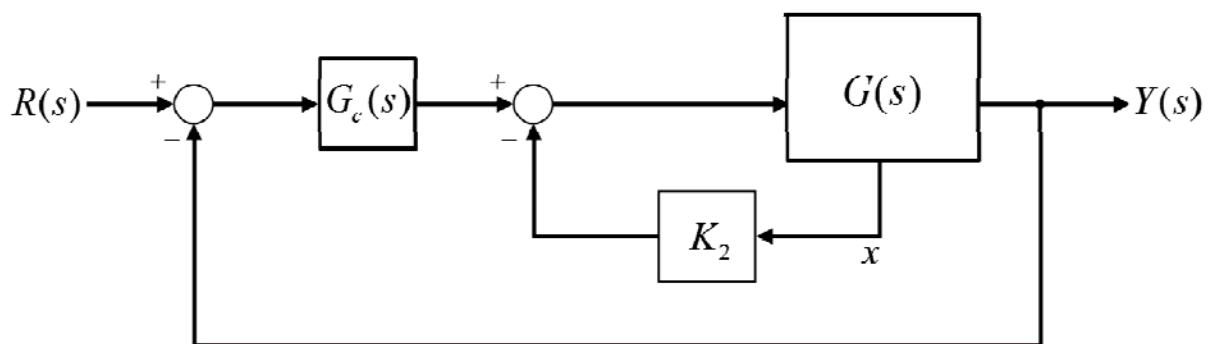


Figure 5(a) : Internal Model Design

- (b) Consider a closed-loop system as shown in Figure 5(a) where K_2 is a state feedback gain and x is the state variable. The plant is represented by the transfer function

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

The design specification is such that the steady-state error to a step input is zero and a settling time (with 2% criterion) to be less than 5 seconds. Design K_2 and internal model controller $G_c(s)$ to meet such requirements. The approximation for 2% criterion settling time is

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

where ζ and ω_n are damping ratio and natural frequency respectively.

(80 marks)

6. (a) A robot system is described by

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

The initial state of the system is given by $x_1(0)=1$ and $x_2(0)=0$. A state feedback control is designed as

$$u = -(x_1 + kx_2)$$

Design the controller gain k using optimal control with the performance index

$$J = \int_0^{\infty} 2(x_1^2 + x_2^2) dt$$

(50 marks)

- (b) State a potential problem of not considering the control input in the performance index for optimal control.

(10 marks)

- (c) Consider a first order system

$$\dot{x} = 2x + u$$

with initial condition $x(0) = 1$. Design the control gain k for the state feedback $u = -kx$ using optimal control strategy with the performance index

$$J = \int_0^{\infty} (x^2 + u^2) dt$$

(40 marks)

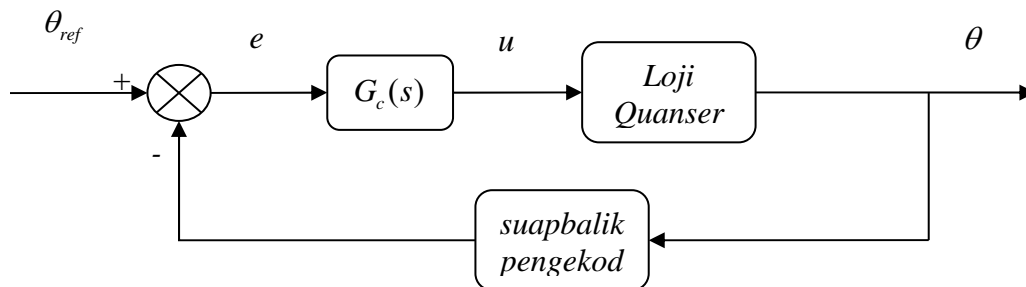
ooo0ooo

VERSI BAHASA MELAYU

1. Sebuah modul Quanser Qube Servo seperti yang dipaparkan dalam Rajah 1(a) telah dipasangkan piring inertia. Kedudukan piring inertia akan dikawal oleh sebuah pengawal yang akan direkabentuk. Rajah 1(b) menunjukkan rajah gelung-tutup mempamerkan skim kawalan yang akan dilaksanakan.



Rajah 1(a) Modul Quanser Qube Servo



Rajah 1(b) Sistem Kawalan Modul Quanser Qube Servo bersama-sama pengawal fasa-mengekor untuk digunakan dalam rekabentuk sistem kawalan

- (a) Rekabentuk sebuah pengawal fasa-mengekor $G_c(s)$ yang akan menghasilkan keperluan ralat $K_v=20$ dan jidar fasa sebanyak 45° sekiranya rangkap pindah loji Quanser diberi berikut

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+2)}.$$

Andaikan gandaan suapbalik pengekod adalah uniti. Bagi lakaran bod anda, ambil $0.01 \text{ rad/s} < \omega < 100 \text{ rad/s}$ sebagai julat frekuensi logaritma anda.

(60 markah)

- (b) Tunjukkan pada lakaran bod anda, plot gandaan dan fasa bagi pengawal fasa-mengekor.

(15 markah)

- (c) Kirakan ralat keadaan-pegun bagi sistem yang telah dikawal bagi membuktikan prestasi keadaan pegun telah dikecapi. Andaikan masukan rujukan adalah tanjakan unit.

(15 markah)

- (d) Apakah yang terjadi pada lebarjalur sistem yang dikawal sekiranya penapis laluan rendah dimasukkan ke dalam sistem yang terkawal?

(10 markah)

2. (a) (i) Sebagai sebahagian dari langkah-langkah merekabentuk sistem kawalan dalam ruang-keadaan, tukarkan rangkap pindah loji dibawah kepada perwakilan ruang-keadaan menggunakan Kanonikal Pengawal. Tunjukkan semua langkah-langkah termasuk pembangunan graf aliran signal.

$$G(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 2s + 7}$$

(45 markah)

- (iii) Berdasarkan model Ruang-Keadaan diperoleh dalam 2(a)(i), tentukan sama ada sistem tersebut boleh dikawal atau tidak?

(25 markah)

- (b) Pertimbangkan sistem yang mempunyai persamaan keadaan di bawah,

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 11y = 6u$$

Sintesiskan persamaan di atas dalam bentuk kanonikal selari dalam ruang-keadaan.

(30 markah)

3. (a) Sebahagian daripada prosedur sistem kawalan untuk merekabentuk pencerap, ujian kecerapan dilakukan. Tentukan sama ada sistem berikut adalah boleh dicerap atau tidak.

...13/-

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 20 & 9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(30 markah)

- (b) Untuk mengkaji sambutan sistem tak-terdaya sebelum merekabentuk pengawal, jurutera pengawal perlu mengkaji sambutan keadaan sistem terlebih dahulu. Sistem ruang-keadaan adalah seperti berikut,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

- (i) Dapatkan matrik peralihan-keadaan $\Phi(t)$ bagi sistem di atas.

(25 markah)

- (ii) Dapatkan juga $\Phi^{-1}(t)$.

(10 markah)

- (c) Diberi persamaan sistem seperti berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Carikan penyelesaian dalam bentuk syarat permulaan $x_1(0), x_2(0)$ and $x_3(0)$

(35 markah)

4. (a) Jika sebuah sistem diwakilkan oleh persamaan keadaan

nyatakan kenderaan yang diperlukan supaya sistem tersebut boleh diperhatikan secara keseluruhan.

(10 markah)

- (b) Dinamik sebuah lengan robot diwakilkan oleh persamaan keadaan berikut:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \ 0 \ 2]x$$

Tentukan jika sistem tersebut boleh diperhatikan.

(30 markah)

- (c) Sebuah loji elektrik digambarkan oleh persamaan keadaan dengan matrik-matrik berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0]$$

Reka sebuah pemerhati untuk loji tersebut supaya ralat sistem pemerhati mempunyai kutub-kutub di $\{-2 \pm j\}$.

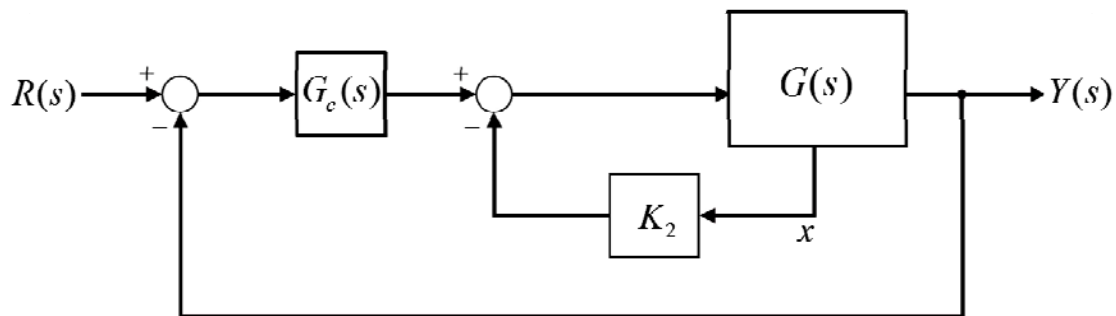
(30 markah)

- (d) Jika gandaan suap balik ialah $K = [1 \ 1]$, tentukan rangkap pindah $\frac{U(s)}{Y(s)}$ untuk keseluruhan pengawal termasuk pemerhati daripada 4(c) dengan menggunakan $u = K\hat{x}$ sebagai keluaran dan y sebagai masukan pengawal.

(30 markah)

5. (a) Apakah prinsip model dalaman? Lukis sistem gelung tertutup berkaitan untuk menyokong jawapan anda.

(20 markah)



Rajah 5(a) : Rekabentuk model dalaman

- (b) Pertimbangkan sebuah sistem gelung tertutup seperti di dalam Rajah 5(a) di mana K_2 ialah gandaan suap balik keadaan dan x ialah pemboleh ubah keadaan. Loji tersebut diwakili oleh rangkap pindah

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

Spesifikasi rekabentuk ialah supaya ralat keadaan mantap untuk langkah masukan ialah sifar dan masa penetapan (dengan kriteria 2%) kurang daripada 5 saat. Rekakan K_2 dan sebuah pengawal model dalaman $G_c(s)$ untuk memenuhi keperluan tersebut. Penghampiran untuk kriteria 2% masa penetapan ialah

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

di mana ζ dan ω_n adalah nisbah redaman dan frekuensi asli masing-masing.

(80 markah)

6. (a) Sebuah sistem robot diwakilkan oleh

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Keadaan awal sistem tersebut ialah $x_1(0) = 1$ dan $x_2(0) = 0$. Sebuah pengawal suap balik keadaan direka seperti

$$u = -(x_1 + kx_2)$$

Rekakan gandaan pengawal k dengan menggunakan kawalan optimum dengan indeks prestasi

$$J = \int_0^{\infty} 2(x_1^2 + x_2^2) dt$$

(50 markah)

(b) Nyatakan masalah yang berpotensi jika tidak mempertimbangkan masukan pengawal ke dalam indeks prestasi untuk kawalan optimum.

(10 markah)

(c) Pertimbangkan sebuah sistem bertertib satu

$$\dot{x} = 2x + u$$

dengan keadaan awal $x(0) = 1$. Rekakan gandaan pengawal k untuk suapbalik keadaan $u = -kx$ dengan menggunakan strategi kawalan optimum dengan indeks prestasi

$$J = \int_0^{\infty} (x^2 + u^2) dt$$

(40 markah)