

Strategi-Strategi untuk Pengajaran Konsep-Konsep Matematik

Lee Chuan Seng
Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan
Universiti Sains Malaysia

This paper discusses a scheme which consists of four basic strategies for the teaching of concepts in primary and secondary school mathematics. In this scheme, a concept is regarded as a set of attributes that characterizes a class of objects and has a symbol or a name to denote it. The name for a concept helps to convey the set of attributes that defines the concept as an integrated whole or entity that exists independent of the class of objects, called a reference set, from which it is abstracted. A concept may have more than one set of attributes to define it, the choice of which depends largely on the aim of teaching the concept and the characteristics of the learners. At times, the set of attributes which defines a concept is a subset of that which defines another concept. In this case, the latter is considered of higher order than the former. On the basis of this definition of the order of concept, a hierarchy of selected concepts is built up which may offer guidance for the teaching of the related concepts. Along with the guidance of other teaching guidelines, a set of four basic strategies are proposed and analysed for the teaching of mathematical concepts. They are characterization, exemplification, analogy, and symbolization. A combination of these constitutes a strategy, chosen as a result of a number of considerations, for teaching a given concept. The effectiveness of the chosen strategy will also depend on the process or method used to carry it out in a specific teaching situation.

Pengenalan

Walaupun pandangan tentang sifat matematik antara pakar-pakar matematik adalah berbeza, tetapi tidak ramai daripada mereka yang tidak bersetuju bahawa konsep adalah unsur yang penting dan paling asasi dalam bidang matematik. Samada matematik dipandang sebagai satu sistem aksiomatik ataupun satu model yang praktikal, konsep-konsep merupakan bata pembinaan yang diperlukan untuk mengembangkan matematik; konsep-konsep juga merupakan asas untuk mengembangkan teknik-teknik matematik yang kian digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah seperti masalah yang timbul dari interaksi sosial dan dari kemajuan teknologi.

Keputusan konsep-konsep matematik seperti yang baru disebutkan telah menarik perhatian pendidik matematik dan ia telah menjadi satu alasan untuk mengadakan pembaharuan kurikulum matematik di peringkat sekolah mulai awal tahun keenampuluhan di beberapa negara yang maju dalam teknologi. Sejak pembaharuan itu, konsep-konsep telah dianggap sebagai salah satu tujuan untuk pengajaran matematik tanpa menghiraukan samada matematik itu lama atau baru. Satu lagi sebab yang menitikberatkan pengajaran konsep matematik ialah kerana perkembangan konsep-konsep itu adalah penting kepada pertumbuhan kemampuan pembelajaran. Sebabnya ialah pengajaran konsep-konsep itu menggalakkan pembelajaran yang bermakna dan, oleh yang demikian, pembelajaran itu pun dapat kekal lebih lama serta dapat berpindah dengan lebih luas jika dibandingkan dengan pembelajaran yang lain seperti pembelajaran kemahiran dan teknik.

Oleh yang demikian, kurikulum dan guru matematik di sekolah pun menumpukan perhatian terhadap membimbing pelajar-pelajar memahami konsep-konsep, khususnya konsep-konsep yang mencantumkan konsep-konsep lain, dan juga struktur-struktur matematik yang menjadi asas kepada struktur-struktur matematik lain. Ada setengah-setengah kurikulum membimbing pelajar-

pelajar memperoleh konsep-konsep berdasarkan intuisi dan pengalaman praktikal. Ada juga kurikulum-kurikulum yang membimbing untuk memperoleh konsep-konsep menurut prinsip-prinsip pembelajaran konsep yang berasal dari teori seperti teori Piaget tentang perkembangan intelek dan dari teori Z.P. Diene tentang pembelajaran konsep bagi kanak-kanak. Walaupun kurikulum-kurikulum itu berdasarkan prinsip-prinsip pembelajaran, tetapi ia tidak menyediakan guru matematik dengan satu rangkakerja konsepsi atau skema tentang strategi-strategi yang mudah digunakan untuk pengajaran konsep. Oleh sebab itu, guru-guru matematik biasanya mendekati pengajaran konsep dengan cubajaya. Ini menyebabkan kefahaman mereka terhadap pengajaran konsep itu menjadi kabur. Akibatnya, mereka tersekat dari mendapat cara-cara yang akan dapat memperbaiki pengajarannya.

Untuk membantu mengatasi kesulitan dalam pengajaran konsep itu, di sini saya cadangkan satu skema strategi-strategi yang analitikal dan praktikal. Dengan adanya skema itu, guru-guru matematik boleh merancang dan menganalisis pengajarannya sebagai satu siri tindakan pengajaran. Dengan berbuat demikian, diharap semoga guru-guru matematik mendapat kefahaman yang lebih jelas tentang kesan bagi tiap-tiap tindakan pengajarannya, dan juga tentang kesan keseluruhan bagi tindakan-tindakan pengajarannya.

Konsep dan Nama

Barangkali satu titik permulaan yang munasabah bagi perbincangan ini ialah mentakrifkan dan menerangkan istilah 'konsep' itu. Dalam perbualan harian, istilah 'konsep' bererti 'ide bagi sekumpulan benda' atau 'anggapan am'. Penerangan ini mungkin cukup jelas bagi orang biasa, akan tetapi ianya adalah kabur bagi seorang guru matematik yang berhajat menganalisis pengajarannya mengenai konsep-konsep matematik dalam kelasnya. Oleh sebab itu, satu penerangan yang lebih analitikal dikehendaki untuk memahami perkataan konsep. Pada hakikatnya, ini adalah penting untuk menganalisis konsep secara lebih halus dan mendalam supaya dapat menolong guru matematik memperbaiki pengajarannya.

Dalam merumuskan definisi bagi perkataan 'konsep', hendaklah seseorang itu memahami dengan jelasnya tentang tujuan akhir dalam pengajaran konsep matematik. Konsep-konsep matematik secara tersendiri hanya mempunyai nilai yang sedikit sahaja; akan tetapi ianya adalah alat yang sangat berkesan untuk menyelesaikan pelbagai masalah dari masalah perseorangan hingga ke masalah teknologikal. Oleh yang demikian, pengajaran konsep matematik seharusnya menitikberatkan bukan hanya untuk memperoleh konsep-konsep itu bahkan untuk mengembangkan kebolehan pelajar-pelajar menggunakannya.

Dalam konteks pengajaran konsep matematik itu, istilah 'konsep' biasanya membawa maksud 'ciri-ciri yang mensifatkan sekumpulan objek atau benda.' Mengikut definisi ini, nyatalah konsep membolehkan kita mengelaskan objek-objek dan juga membezakannya dari objek-objek lain. Oleh itu, untuk seseorang pelajar dapat membentuk satu konsep, pelajar itu dikehendaki mengalami atau berinteraksi dengan objek-objek supaya dapat mengabstrakkan ciri-ciri yang sama dalam kelas objek itu sehingga ia dapat menganggap ciri-ciri itu sebagai satu entiti atau kesatuan yang padu dan wujud dengan sendirinya. Selepas itu, barulah dia dapat menghubungkan konsep itu dengan konsep-konsep yang lain.

Misalnya, seseorang pelajar dikehendaki memerhati serta memanipulasikan satu kumpulan objek yang berbentuk segitiga supaya dapat mengabstrakkan ciri-ciri segitiga, iaitu satu bentuk yang dilingkungi oleh tiga segmen garis. Dalam hal ini, tiga segmen garis dan bentuk yang dilingkunginya adalah ciri-ciri yang menetapkan konsep segitiga dalam geometri pada peringkat yang rendah. Objek-objek itu mungkin ialah benda-benda fizikal atau rajah-rajah tertulis di atas kertas atau kedua-duanya. Walaupun pelajar mendapat konsep segitiga dari sekumpulan objek itu, perlulah dia mengasingkan ciri-cirinya serta mengkaji perhubungannya dengan konsep-konsep lain tanpa merujuk kepada benda-benda yang mengasalkannya.

Dengan cara yang sama, apabila seseorang cuba mempelajari konsep fungsi¹, perlulah dia berinteraksi dengan objek-objek seperti gambarajah-gambarajah anak-panah dan geraf-geraf sehingga dia dapat mengabstrakkan dari objek-objek itu ciri-ciri fungsi. Pada peringkat sekolah menengah, konsep fungsi lazimnya ditetapkan sebagai satu hubungan atau sepadan antara dua set yang mempunyai ciri-ciri supaya tiap-tiap satu elemen bagi satu set adalah disekutukan dengan satu dan hanya satu elemen bagi satu set yang lain. Walaupun konsep fungsi itu terdiri dari beberapa ciri, tetapi kesemuanya hendaklah dianggap sebagai satu entiti yang dapat digunakan untuk mentakrifkan konsep-konsep lain seperti konsep balikan dan konsep besaran.

Untuk menitikberatkan konsep sebagai satu entiti yang mempunyai kewujudan sendiri, pentinglah satu nama diberikan kepadanya seperti nama segitiga dan nama fungsi yang baru dibincangkan. Nama bagi konsep itu, di antara lain, membantu komunikasinya dalam pengajaran. Dengan lain perkataan, guru matematik dapat menggunakan nama konsep sebagai satu rangsangan yang menimbulkan dengan cekap ciri-ciri yang menetapkan konsep itu dalam fikiran pelajarannya, dan juga membantu pelajarannya menggerakbalaskan kepada ciri-ciri itu secara keseluruhan. Tegasnya, satu konsep memerlukan sekumpulan objek yang mempunyai ciri-ciri menolong mengajarkannya dan satu nama untuk menolong menyampaikannya sebagai satu entiti yang padu. Sekumpulan objek yang menghasilkan konsep itu dipanggil set rujukan untuk konsep tersebut, dan konsep yang mempunyai satu nama ada kalanya dinamakan sebagai konsep verbal.

Susunan Pangkat Konsep-Konsep

Kerap kali seseorang mendapati bahawa satu set ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep adalah satu set kecil bagi set ciri-ciri yang menetapkan konsep lain. Umpamanya, set ciri-ciri bagi menetapkan konsep segiempat adalah satu subset² bagi set ciri-ciri yang menetapkan konsep segiempat selari. Oleh sebab itu, konsep segiempat selari dalam pengertian yang tertentu adalah lebih tinggi pangkatnya daripada konsep segiempat. Kita mentakrifkan bahawa konsep A adalah lebih tinggi pangkatnya daripada konsep B jika set ciri-ciri yang menetapkan konsep B adalah satu subset bagi set ciri-ciri yang menetapkan konsep A.

Dengan menggunakan definisi itu untuk pangkat konsep, kita dapat membinakan satu hairaki atau susunan pangkat bagi konsep-konsep yang bersangkutan. Mengikut contoh yang baru dibincangkan, terdapat satu hairaki konsep-konsep seperti berikut:

segiempat tepat
segiempat bujur
segiempat selari
segiempat

Jelaslah bahawa kita tidak boleh membandingkan pangkat konsep-konsep dan terus membina suatu hairaki konsep jika ciri-ciri yang menetapkan konsep-konsep itu tidak mematuhi perhubungan antara set-set mengikut definisi yang diterangkan di atas. Lagipun, jelaslah bahawa semakin besar satu set ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep, semakin kecil set rujukannya. Dengan kata-kata lain, set rujukan bagi satu konsep yang lebih rendah pangkatnya adalah lebih besar setnya daripada satu konsep yang lebih tinggi pangkatnya.

Apakah implikasi-implikasi hairaki konsep, seperti contoh yang tersebut di atas, dalam pengajaran konsep? Haruskah pengajaran konsep mengikut hairaki daripada yang rendah kepada yang tinggi atau sebaliknya? Cara yang manakah lebih bermakna dan efisien? Pengalaman kita dari contoh tersebut di atas menunjukkan bahawa pengajaran ketiga-tiga konsep yang lebih tinggi pangkatnya tidak perlu ada satu susunan pengajaran yang tetap, walaupun keempat-empat konsep itu mempunyai hairaki yang tertentu.

Satu sebab bagi situasi ini ialah, walaupun, misalnya, satu segiempat tepat adalah satu segiempat selari, tetapi kita boleh mentakrifkan atau mengajar segiempat tepat tanpa menyebutkan ciri-ciri segiempat selari seperti sempadan-sempadan bertentangan yang selari. Dengan lain perkataan, konsep segiempat tepat mempunyai lebih daripada satu set ciri-ciri yang menetapkannya.

Contoh ini telah menunjukkan set ciri-ciri yang menepatkan sesuatu konsep tidak semestinya tunggal. Sebaliknya, set ciri-ciri bagi menepatkan konsep segiempat adalah satu keperluan yang asasi bagi ketiga-tiga konsep yang lebih tinggi pangkatnya. Satu perkara yang nampak jelas ialah jika satu konsep yang lebih rendah pangkatnya merupakan unsur yang paling mustahak bagi set ciri-ciri yang menepatkan satu konsep yang lebih tinggi pangkatnya, maka konsep yang lebih rendah pangkatnya haruslah diajar terlebih dahulu dari konsep yang lebih tinggi pangkatnya. Dalam situasi lain, samada kita mengikut susunan yang logikal ataupun susunan yang psikologikal kanak-kanak dalam pembelajaran konsep-konsep itu ia masih menjadi satu soalan yang memerlukan kajian yang lebih lanjut.

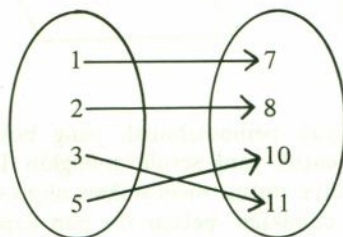
Garis panduan-Garis panduan untuk Pengajaran Konsep

Setakat ini, sedikit sahaja telah disebutkan berkenaan dengan objek-objek dalam set rujukan. Objek-objek untuk sesuatu konsep ini adalah sebarang benda asalkan ia mempunyai ciri-ciri yang menepatkan konsep itu. Jadi, benda itu mungkin sekonkrit seperti sebiji bola permainan untuk konsep sfera yang memberikan pengalaman yang fizikal; atau separuh-konkrit seperti rajah-rajah dan gambar-gambar yang memberikan pengalaman pandangan; atau seabstrak seperti konsep yang hanya wujud dalam fikiran.

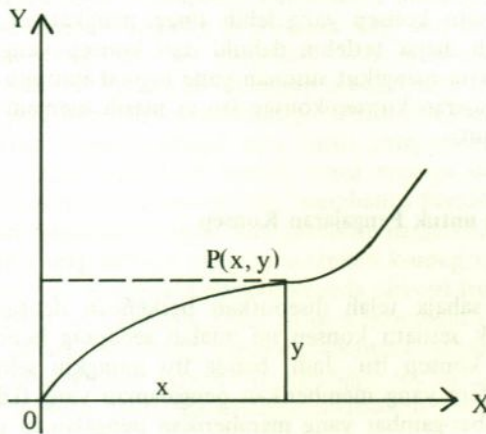
Berdasarkan hujah-hujah perbincangan tentang konsep di atas, jelaslah satu garis panduan untuk pengajaran konsep ialah bahawa interaksi atau pengalaman dengan objek-objek dari set rujukan itu adalah paling penting untuk pembentukan sesuatu konsep. Akan tetapi, satu soalan pengajaran timbul: Berapakah dan dalam bentuk apakah objek-objek dari set rujukan itu dikehendaki supaya lebih besar kemungkinannya ia dapat menolong pelajar untuk mengabstrakkan konsep yang ditetapkan oleh set rujukan itu? Saya merasa ragu samada wujud satu jawapan yang tetap bagi soalan itu; sebab jawapan itu bergantung kepada beberapa faktor. Setengahnya terdiri dari sifat-sifat pelajar, jenis konsep, dan peringkat pencapaian konsep itu oleh pelajar. Namun demikian, terdapat juga garis panduan-garis panduan yang guru matematik dapat gunakan dalam pemilihan objek-objek yang sesuai untuk membimbing pelajar membentuk konsep yang diinginkan.

Satu daripada garis panduan-garis panduan itu ialah set ciri-ciri bagi sesuatu konsep harus disampaikan melalui objek-objek dalam berbagai bentuk yang boleh. Prinsip ini dipanggil oleh Z.P. Dienes sebagai Prinsip Kevariabilan Pengamatan (1963, ms. 44). Prinsip ini bermakna bahawa apabila memperkenalkan satu konsep melalui objek-objek yang mempunyai set ciri-ciri bagi konsep itu, objek-objek itu hendaklah berbeza sebanyak yang boleh dalam bentuk media atau situasi supaya pelajar dapat mengabstrakkan ciri-ciri yang sama dan menolak ciri-ciri lain yang hanya speksifik kepada bentuk media atau situasi di mana objek-objek itu muncul.

Sebagai satu contoh, konsep fungsi dapat disampaikan sebagai satu sepadan antara dua set objek yang fizikal; atau satu sepadan antara dua set nombor tertulis di papanhitam seperti berikut:



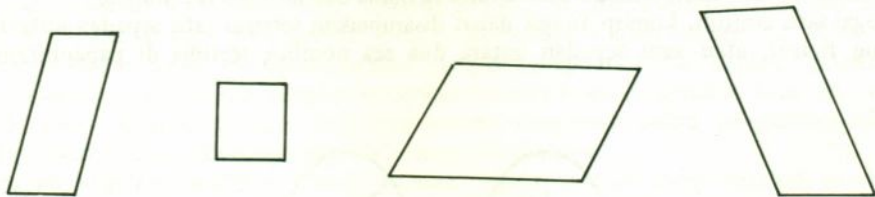
Atau ia boleh juga disampaikan sebagai satu set pasangan teratur bagi satu graf tertulis di dalam kertas graf seperti berikut:



Penyampaian objek dalam berbagai bentuk media atau situasi seperti yang diberikan bagi konsep fungsi tadi berkecenderungan membuang data yang tidak relevan untuk membentuk konsep fungsi. Lagipun, penyampaian begini menyediakan bagi perbezaan individu dalam proses mengabstrakkan ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep.

Satu garis panduan lagi ialah satu konsep haruslah diperolehi dari pengalaman yang melibatkan sebanyak mungkin pembolehubah³ yang boleh; pembolehubah-pembolehubah ini hendaklah diubah-ubahkan supaya jelas kelihatan set ciri-ciri bagi konsep yang tidak berubah. Garispanduan ini dinamakan oleh Z.P. Dienes sebagai Prinsip Kevariabilan Matematik (1963, ms. 44). Biasanya, semasa pelajar mengabstrakkan ciri-ciri bagi sesuatu konsep, dia juga, dengan tidak sedar, mengambil ciri-ciri lain yang bukan bahagian yang penting bagi konsep itu. Ciri-ciri lain ini adalah dianggap sebagai pembolehubah, sebab apabila ia berubah, ciri-ciri yang penting yang menetapkan konsep itu tidak berubah.

Misalnya, dalam pengajaran konsep segiempat selari, ciri-ciri rajahnya seperti panjang sempadan, saiz sudut, dan orientasi rajah itu, mesti diubah-ubah sehingga menonjolkan dengan jelas konsep segiempat selari, iaitu sempadan-sempadan bertentangan yang selari, seperti berikut:



Dengan mengubahkan sebanyak pembolehubah yang boleh, kita membolehkan pelajar memperolehi satu konsep dalam bentuk yang setulin mungkin. Dengan cara ini, kita membantu pelajar mengembangkan kebolehannya untuk mencamkan objek-objek yang mempunyai ciri-ciri bagi sesuatu konsep dan, dengan demikian, pelajar itu pun dapat meluaskan set rujukan yang difahami olehnya. Ini bermakna pembelajaran itu mencapai pindahan yang luas sekali.

Selain daripada garispanduan-garispanduannya yang dibincangkan di atas, satu lagi yang berguna kepada guru-guru matematik ialah set ciri-ciri bagi sesuatu konsep haruslah diperolehi sebelum namanya. Seperti yang telah diterangkan, nama bagi sesuatu konsep itu sendiri tidak mempunyai makna cuma ia digunakan untuk memudahkan anggapan terhadap set ciri-ciri bagi sesuatu konsep sebagai satu entiti yang padu. Oleh yang demikian, jika nama bagi sesuatu konsep diperolehi sebelum konsep itu, besar kemungkinannya pelajar itu akan keciciran atau tidak peduli kepada set ciri-ciri yang menetapkan konsep itu, sebab dia fikir dia telah memahami konsep itu; pada hakikatnya, dia hanya mendapat nama konsep itu tanpa memahami konsep itu. Kalau pembelajaran seperti ini diteruskan, pelajar itu tidak akan mengembangkan pengetahuan dan kebolehan matematikannya, tetapi hanya mengembangkan kebolehan untuk mengubah-ubah nama atau simbol bagi konsep-konsep. Lama kelamaannya, matematik baginya tidak mempunyai makna dan pelajar itu pun akan tercicir dari matematik.

Seperti yang telah dikatakan, set ciri-ciri bagi sesuatu konsep tidaklah tunggal; jadi, kita bertanya, "Yang manakah satu set ciri-ciri untuk sesuatu konsep yang hendak diajarkan kepada pelajar?" Jawapannya, di antara lain, bergantung kepada sifat pembelajaran pelajar dan tujuan untuk mempelajari konsep itu. Kalau hendak mendapat pembelajaran yang bermakna dan menggalakkan pertumbuhan kemampuan intelek, set ciri-ciri bagi sesuatu konsep yang diajar pada sesuatu peringkat hendaklah merupakan satu set ciri-ciri yang pelajar sanggup atau berkebolehan memahami; ia juga harus menyiapkan pelajar itu supaya menerima set ciri-ciri yang lain untuk konsep yang sama pada peringkat kemudian.

Sebagai satu contoh, dalam pengajaran konsep segitiga pada peringkat sekolah rendah, konsep ini diajar sebagai sesuatu rajah yang dilingkungi oleh tiga segmen garis. Set ciri-ciri ini disampaikan secara konkrit yang berpadan dengan sifat pembelajaran pelajar pada peringkat ini. Di sini ia juga menyiapkan pelajar bagi menerima set ciri-ciri yang lebih berguna dari aspek matematik pada peringkat sekolah menengah nanti. Pada peringkat menengah nanti, set ciri-ciri bagi segitiga adalah terdiri dari tiga titik A, B, dan C yang tidak segaris dan $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CA}$. Dengan menggunakan set ciri-ciri ini, senanglah bagi pelajar itu mengkaji sifat-sifat segitiga seperti $AB + BC > CA$.

Empat Strategi Yang Asas untuk Pengajaran Konsep

Setelah meneliti definisi konsep untuk tujuan pengajaran dan juga beberapa garispanduannya untuk mengajar konsep-konsep, sekarang kita bersedia pula untuk membincangkan strategi-strategi pengajaran konsep matematik. Di sini saya cadangkan satu skema untuk menganalisa pengajaran konsep-konsep matematik⁴. Skema ini terdiri dari empat strategi yang asasi, atau 'gerak' seperti yang dipanggil oleh K.B. Henderson (1970). Strategi-strategi ini adalah asasi sebab tingkahlaku pengajaran konsep biasanya boleh dianggap sebagai satu siri tindakan yang setengah-setengah atau kesemuanya terdiri dari seperti berikut:

- A. Perwatakan
- B. Pencotohan
- C. Analogi
- D. Persimbolan

Sebelum saya terangkan empat strategi asasi ini, perlulah saya sebutkan bahawa strategi-strategi yang dicadangkan di sini adalah hanya satu pendekatan pengajaran kepada sesuatu konsep dan tidak termasuk kaedah atau taktik untuk menjalankan strategi-strategi itu dalam satu situasi yang tertentu.

A. Strategi Perwatakan

Apabila satu atau lebih dari satu ciri konsep dinyatakan, tindakan pengajaran itu disebutkan sebagai satu strategi perwatakan. Beberapa contohnya adalah seperti berikut:

- (1) Balikan pada satu garisan mengekalkan jarak.
- (2) Vektor ialah satu kuantiti yang mempunyai magnitud dan arah.
- (3) Satu segiempat selari ialah satu rajah empat segi yang mempunyai sempadan-sempadan bertentangan sama panjang dan berselari.

Kenyataan (1) menyebutkan satu ciri balikan pada satu garisan, tetapi ia tidak mentakrifkan konsep itu. Tidak seperti kenyataan (1), kenyataan (2) bukan sahaja menyebutkan ciri-ciri konsep vektor, tetapi juga telah memperwatakan dengan lengkap konsep itu. Sebaliknya pula, kenyataan (3) telah melebihi ciri-ciri yang perlu untuk menetapkan konsep segiempat selari. Walau bagaimanapun, tiap-tiap satu kenyataan ini adalah contoh strategi perwatakan.

Oleh sebab strategi perwatakan mengarahkan serta menumpukan perhatian pelajar kepada ciri-ciri sesuatu konsep, besar kemungkinannya ia dapat menjadi satu teknik pengajian yang berkesan untuk memperingkatkan pengalaman pembelajaran dengan sesuatu konsep dan juga meneguhkan ciri-ciri sesuatu konsep yang telah diperolehi seseorang pelajar. Sungguhpun demikian, untuk mempelajari sesuatu konsep, strategi perwatakan ini diragukan samada ia adalah satu strategi yang berkesan atau tidak, sebab seseorang pelajar biasanya kurang mempunyai asas pengalaman untuk memahami ciri-ciri sesuatu konsep dan, dengan demikian, pembelajaran itu selalu mengakibatkan pembelajaran yang tidak bermakna. Walaupun strategi tersebut mempunyai kelemahan ini, ia semakin banyak digunakan pada peringkat sekolah yang semakin tinggi. Perbezaan ini jelas kelihatan dari perbandingan antara buku-buku teks bagi sekolah menengah rendah dan sekolah menengah atas. Satu sebab yang utama ialah strategi ini membolehkan guru-guru matematik mengajar lebih banyak isi kandungan daripada strategi lain dalam tempoh yang tertentu. Tambahan pula, guru-guru matematik selalu menganggap bahawa pelajar-pelajarnya telah mendapat cukup pengalaman pada peringkat sekolah rendah untuk memahami definisi tentang sesuatu konsep yang diberikan olehnya. Jelaslah andaian ini perlu diperiksa sebelum seseorang guru matematik menggunakan definisi sebagai satu strategi untuk memperkenalkan sesuatu konsep kepada pelajar-pelajarnya.

B. Strategi Pencontohan

Apabila satu contoh, atau satu takcontoh, atau satu contohlawan bagi sesuatu konsep diberikan dengan atau tanpa alasan, tindakan pengajaran itu disebutkan sebagai satu strategi pencontohan. Beberapa misalannya adalah seperti berikut:

- (1) $\sqrt{2}$ ialah satu nombor takrasional.
- (2) $x^2 + 2y^2 = 25$ bukan satu persamaan bagi bulatan sebab koefisien⁵ bagi x dan y tidak sama.
- (3) Nombor ganjil 3, 5, 7, 11, dan 13 adalah nombor tunggal, tetapi nombor 9 adalah nombor ganjil yang bukan nombor tunggal.

Kenyataan (1) adalah satu contoh, atau satu elemen set rujukan yang menetapkan nombor-nombor yang takrasional tanpa alasan mengapa ia bukan satu nombor yang rasional. Namun demikian, kenyataan (2) merupakan satu takcontoh untuk persamaan bulatan memberikan alasan mengapa persamaan itu bukan satu persamaan untuk bulatan. Kenyataan (3) yang merupakan satu contoh untuk menerangkan atau membetulkan satu anggapan yang salah terhadap semua nombor ganjil adalah nombor tunggal. Untuk memahami secara mendalam lagi tentang strategi pencontohan ini, perlulah diterangkan selanjutnya makna perkataan contoh (contoh positif),

takcontoh (contoh negatif), dan contoh lawan, serta kesannya apabila digunakan sebagai satu strategi untuk pengajaran konsep.

Contoh

Sebenarnya, contoh-contoh bagi sesuatu konsep adalah objek-objek yang mempunyai ciri-ciri yang menetapkan konsep itu. Oleh sebab itu, strategi pencontohan ini sangat sesuai sebagai satu gerak permulaan yang membantu pelajar-pelajar untuk memperolehi ciri-ciri bagi sesuatu konsep, dan juga untuk memahami aksiom-aksiom atau kenyataan-kenyataan matematik yang diterima tanpa bukti. Walau bagaimanapun, contoh-contoh itu tidak dapat dielakkan dari mengandungi ciri-ciri yang tidak relevan yang mengganggu pembentukan sesuatu konsep oleh pelajar-pelajar. Oleh yang demikian, untuk memperolehi sesuatu konsep dengan cekap, perlulah gangguan contoh-contoh itu dikurangkan sebanyak yang boleh. Kita boleh memilih contoh-contoh dengan bantuan dari garispanduan-garispanduan seperti prinsip kevaribilan pengamatan dan prinsip kevaribilan matematik supaya gangguan dari setengah contoh dapat dibatalkan oleh setengah contoh yang lain, atau gangguan itu tidak dapat menjadi ciri-ciri yang sama bagi kesemua contoh itu.

Walaupun memang diinginkan dan penting juga untuk memberikan contoh-contoh yang mempunyai sedikit gangguan yang mungkin, tetapi adalah diinginkan dan penting untuk mengembangkan kebolehan pelajar mencamkan ciri-ciri bagi sesuatu konsep dari contoh-contoh atau situasi-situasi yang mempunyai banyak gangguan. Kenyataan ini nampaknya merupakan satu percanggahan dengan apa yang telah diterangkan tadi. Sebenarnya, percanggahan ini tidak wujud, oleh kerana ada perbezaan tujuan bagi kedua-dua set contoh itu. Untuk memperolehi sesuatu konsep, contoh-contoh yang diberikan haruslah setulin yang mungkin, tetapi bagi mengembangkan kebolehan pelajar untuk menggunakan konsep yang telah diperolehi dia hendaklah pandai mencamkan konsep itu dalam contoh-contoh yang mengandungi data-data yang berlebihan atau tidak relevan kepada konsep itu, sebab contoh-contoh itu lebih menghampiri situasi-situasi di mana konsep itu akan digunakan nanti.

Takcontoh

Walaupun ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep diabstrakkan dari contoh-contoh yang mempunyai ciri-ciri itu, kajian-kajian psikologi selalu menunjukkan bahawa proses mengabstrakkan ciri-ciri bagi sesuatu konsep dipermudahkan dengan banyaknya oleh takcontoh. Sebabnya ialah takcontoh-takcontoh berkecenderongan membuat ciri-ciri bagi sesuatu konsep lebih mudah dicamkan. Dengan lain perkataan, satu kombinasi contoh dan takcontoh adalah lebih berkesan sebagai satu teknik pengajaran konsep dari satu kumpulan contoh sendiri sahaja. Umpamanya, terapizam sebagai satu takcontoh membantu menonjolkan sifat keselarian terhadap dua pasang sempadan yang bertentangan bagi segiempat selari. Jelaslah kalau dengan penggunaan takcontoh-takcontoh sahaja ia sangatlah susah menyampaikan ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep.

Contoh-lawan

Walaupun contoh-lawan, pada asasnya, adalah takcontoh, tetapi kegunaan dalam pengajaran adalah berbeza. Kegunaan contoh-lawan yang utama dalam pengajaran ialah menjelaskan salah-anggepan terhadap ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep dan juga menegaskan kepentingan ciri-ciri yang tertentu bagi sesuatu konsep. Sebagai satu contoh, pelajar-pelajar sering membuat

kenyataan umum bahawa bilangan elemen bagi satu subset adalah kurang dari bilangan elemen set induk. Seperti yang kita tahu, sifat set ini adalah hanya benar untuk set terhingga, tetapi tidak benar untuk set tak terhingga. Oleh itu, satu contoh-lawan untuk menjelaskan salahangapan itu mungkin adalah seperti berikut:

1	2	3	4	5	...
↓	↓	↓	↓	↓	
1	4	9	16	25	...

Dalam contoh-lawan ini, walaupun set $\{1, 4, 9, 16, 25 \dots\}$ adalah subset bagi set $\{1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$, tetapi kedua-dua set itu adalah sama bilangan elemennya. Kesamaan ini dibuktikan oleh sepadan satu dengan satu antara dua set itu.

Selain dari kegunaan yang diterangkan di atas, contoh-lawan juga digunakan dalam bidang matematik sebagai satu cara untuk membuktikan kesalahan sesuatu tekaan. Misalnya, berdasarkan kenyataan bahawa kesamaan ketiga-tiga sempadan bagi dua buah segitiga yang mensabitkan sifat kekongruenan antara kedua-dua segitiga itu, satu tekaan yang akan muncul ialah keadaan atau kesamaan ini secara bersendirian juga mencukupi untuk rajah-rajah lain seperti segiempat dan segibanyak. Untuk membuktikan kesalahan tekaan atau generalasi ini, cukuplah kita memberi satu contoh-lawan seperti menggunakan segiempat tepat dan rombos yang mempunyai sempadan yang sama. Sebagaimana yang kita tahu, sungguhpun kedua-dua rajah itu boleh mempunyai sempadan-sempadan yang sama, tetapi tidak mempunyai serbasama.

C. Strategi Analogi

Apabila sesuatu analogi atau kesebentukan digunakan untuk menonjolkan ciri-ciri bagi sesuatu konsep, tindakan pengajaran itu disebutkan sebagai satu strategi analogi. Beberapa contohnya adalah seperti berikut:

- (1) Untuk menerangkan proses bagi menyelesaikan sesuatu persamaan matriks seperti $AX = B$, proses bagi menyelesaikan sesuatu persamaan algebra seperti $ax = b$ sering digunakan untuk menonjolkan ciri-ciri yang menetapkan proses bagi menyelesaikan sesuatu persamaan matriks seperti yang berikut:

$$\begin{array}{ll} ax = b & AX = B \\ a^{-1}ax = a^{-1}b & A^{-1}AX = A^{-1}B \\ x = a^{-1}b & X = A^{-1}B \end{array}$$

Di sini, nombor a^{-1} dan matriks A^{-1} adalah songsang nombor a dan songsang matriks A masing-masing. Kedua-dua proses itu menunjukkan sesuatu jenis kesebentukan dari segi yang tertentu, atau sesuatu perhubungan antara satu sama lain.

- (2) Sempadan-sempadan bertentangan bagi sesuatu segiempat selari adalah sama panjang. Di sini, makna "bertentangan" yang biasa digunakan untuk makna matematik telah digunakan secara analogi.
- (3) Titik B terletak di antara titik A dan titik C. Dalam konteks geometri tradisi, rangkaian 'di antara' adalah juga digunakan secara analogi.

Sebelum membincang strategi ini selanjutnya, eloklah saya terangkan terlebih dahulu makna perkataan 'analogi'. Menurut G. Polya (1957, ms. 37) dalam bukunya yang bertajuk "How to solve it", "Analogi ialah sejenis kesebentukan. Objek-objek yang sama bentuk bersesuaian antara satu sama lain dalam beberapa aspek yang tertentu; objek-objek yang analogus bersesuaian dalam beberapa perhubungan yang tertentu antara aspek objek-objek itu masing-masing." Misalnya, segiempat bujur adalah analogus kepada kuboid, sebab perhubungan-perhubungan di antara sempadan-sempadan segiempat bujur itu adalah sebentuk dengan permukaan-permukaan kuboid. Salah satu perhubungan tersebut itu adalah seperti berikut:

Tiap-tiap sempadan segiempat bujur berselari dengan hanya satu sempadan iaitu sempadan yang bertentangan dan bertegak dengan sempadan-sempadan yang baki.

Tiap-tiap permukaan kuboid berselari dengan hanya satu permukaan iaitu permukaan yang bertentangan dan bertegak dengan permukaan-permukaan yang baki.

Kenyataan yang pertama adalah sama dengan kenyataan yang kedua jika kita menggantikan perkataan sempadan dengan permukaan dan perkataan segiempat bujur dengan kuboid dan juga sebaliknya. Ini menunjukkan kedua-dua objek itu, iaitu segiempat bujur dan kuboid, mempunyai sifat analogi.

Analogi sangat menyamai contoh bagi sesuatu konsep kecuali ianya bukan satu elemen set rujukan yang menetapkan konsep itu. Walau bagaimanapun, analogi sering digunakan untuk menerangkan pengalaman dengan objek-objek yang menetapkan sesuatu konsep apabila pengalaman itu susah difahami. Misalnya, tentulah lebih susah untuk seorang pelajar yang mempelajari matriks buat kali yang pertama memahami proses penyelesaian bagi persamaan matriks jika dia tidak digerakkan supaya membandingkan kedua-dua proses penyelesaian antara persamaan algebra linear dan persamaan matriks. Analogi juga digunakan untuk menerangkan makna perkataan seperti 'bertentangan' dan 'di antara' dalam kenyataan (2) dan (3) yang tidak ditakrifkan dalam matematik.

Walaupun analogi adalah berguna dalam pengajaran konsep, tetapi ia tidak boleh digunakan dalam tiap-tiap situasi. Oleh sebab itu, pelajar-pelajar di sekolah yang meniru guru mereka menggunakan strategi ini kadang-kadang mungkin menyalahgunakannya. Umpamanya, kesilapan-kesilapan seperti yang berikut selalu didapati dalam tugas-tugas pelajar:

$$(a) \frac{a + b}{b} = a$$

$$(b) \begin{aligned} (x + 1)(x + 2) &= 5 \\ x + 1 &= 5 \text{ atau } x + 2 = 0 \\ x &= 4 \text{ atau } x = -2 \end{aligned}$$

$$(c) \sin(a + b) = \sin a + \sin b$$

$$(d) \frac{\log ab}{\log a} = \frac{ab}{a} = b$$

$$(e) 5^x - 2^x = 3^x$$

Oleh sebab itu, perlulah guru-guru matematik dari masa ke semasa menerangkan kepada pelajar-pelajarnya sifat analogi dan kegunaan serta batasannya dalam pembelajaran matematik.

D. Strategi Persimbolan

Apabila sesuatu simbol termasuk nama diberikan kepada satu konsep, tindakan pengajaran itu disebutkan strategi persimbolan. Beberapa contohnya adalah seperti berikut:

- (1) Set kosong ialah satu set yang tidak mempunyai elemen. Set itu ditandakan dengan simbol ϕ .
- (2) Simbol $\triangle ABC$ menandakan satu segitiga yang mempunyai tiga puncak, A, B, dan C.
- (3) Persamaan $y = mx + c$ ialah persamaan untuk satu garis lurus.

Kenyataan (1) memperkenalkan secara saranan satu istilah 'set kosong' dan simbolnya. Kenyataan (2) memberikan satu simbol untuk istilah segitiga. Tidak seperti simbol ϕ dan $\triangle ABC$, simbol $y = mx + c$ adalah satu akibat logikal dari simbol-simbol yang digunakan untuk titik, kecerunan, dan tetapan.

Sepintas lalu, tindakan pengajaran persimbolan adalah satu alat ringkasan sahaja dan tidak memberi sumbangan kepada pembentukan ciri-ciri yang menetapkan sesuatu konsep. Akan tetapi, pemeriksaan secara meneliti tentang peranan yang dimainkan oleh simbol-simbol dalam pengajaran dan pembelajaran konsep, menunjukkan simbol-simbol adalah sangat penting, sebab simbol sering digunakan untuk mengabstrakkan konsep-konsep lain seperti konsep pembolehubah, nombor negatif, matriks, had dan sebagainya. Sebagai satu contoh, apakah kemungkinannya konsep pembolehubah disampaikan tanpa menggunakan sesuatu simbol untuk menandakannya? Mungkinkah konsep itu disampaikan tanpa simbol-simbol nombor yang mempunyai nilai-nilainya? Lagipun, sebagaimana yang diterangkan dahulu, simbol membantu dalam mencapai satu anggapan-set ciri-ciri bagi sesuatu konsep sebagai satu entiti yang wujud dengan sendiri dan berkaitan dengan konsep-konsep lain; dan pencapaian ini seterusnya menambahkan kebolehan pelajar untuk menggunakan konsep dalam penyelesaian masalah lain.

Biasanya, satu konsep matematik mempunyai beberapa gambaran simbol, dan simbol mana yang dipilih adalah bergantung kepada konteks di mana konsep itu digunakan. Umpamanya, satu titik dalam geometri Euclidean ditandakan sebagai satu noktah (dot); dalam geometri analitikal, ia adalah satu pasangan teratur seperti (x, y) ; dalam algebra matriks, ia adalah satu vektor lajur seperti $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$. Begitu juga, konsep fungsi yang ditandakan sebagai satu rajah geometri, satu set yang terdiri dari pasangan-pasangan teratur, satu formula, dan juga satu matriks. Simbol-simbol yang digunakan dalam konteks yang berlainan itu jarang mendatangkan kekeliruan kepada pelajar. Sebaliknya, ia menunjukkan dengan lebih jelas perhubungan konsep-konsep dan juga memungkinkan pengajaran konsep-konsep lain. Di samping itu, jenis simbol untuk sesuatu konsep selalu memberikan pelajar fleksibiliti dalam penggunaan konsep itu untuk menyelesaikan masalah-masalah. Sebenarnya, kebolehan menggunakan simbol-simbol atau bahasa matematik membawa maksud yang lebih luas daripada apa yang diterangkan di sini. Sebabnya ialah pelajar-pelajar akan lebih berkemampuan mengerti informasi-informasi yang kian disampaikan melalui simbol-simbol atau bahasa matematik.

Setelah menerangkan kepentingan simbol-simbol dalam pembelajaran dan penggunaan konsep, adalah sesuai mengulangi sekali lagi bahaya yang tersembunyi dalam penggunaan simbol-simbol dalam pengajaran konsep. Jika kita memberikan simbol untuk sesuatu konsep terlebih awal sebelum pencapaian konsep itu, besar kemungkinannya pembelajaran akan berakhir dalam satu manipulasi simbol-simbol dan menjadikan pembelajaran yang tidak bermakna, seperti yang telah berlaku dalam pengajaran matematik tradisi di sekolah.

Strategi-Strategi untuk Pengajaran Konsep

Setelah menerangkan strategi-strategi yang asas dan kesannya dalam pengajaran konsep, sekarang kita dapat membincangkan bagaimana kita boleh mencampurkan strategi-strategi yang asas ini supaya dapat mencipta satu strategi yang berkesan sekali untuk mengajar sesuatu konsep. Setakat ini, tidak wujud data-data penyelidikan yang mengarahkan kita untuk menentukan strategi-strategi yang berkesan dalam mengajar satu konsep yang diberikan. Walau bagaimanapun, kita merasa terpaksa menimbang faktor-faktor seperti yang berikut apabila kita mencipta satu strategi untuk mengajar sesuatu konsep:

- A. Sifat-sifat pembelajaran pelajar seperti peringkat intelek, gaya serta kadar pembelajaran, latarbelakang matematik, kebolehan bahasa, dan lain-lain lagi. Faktor-faktor ini akan mempengaruhi jenis objek-objek dari set rujukan yang menetapkan konsepnya serta jenis pengalaman yang diperlukan.
- B. Sifat dan kepentingan konsep itu untuk mempelajari matematik di sekolah. Konsep-konsep seperti set, fungsi, pembolehubah, persamaan, dan had adalah konsep-konsep asas dan berguna untuk memahami konsep-konsep lain. Oleh sebab itu, konsep-konsep itu sepatutnya memerlukan lebih banyak perhatian dari guru-guru matematik.

- C. Peringkat pencapaian yang dikehendaki tentang sesuatu konsep. Faktor ini adalah bergantung kepada tujuan untuk pengajaran konsep itu yang berubah dari sesuatu peringkat sekolah ke sesuatu peringkat sekolah lain.

Selain dari pertimbangan itu, jelaslah kesan bagi sesuatu strategi pengajaran konsep sangat bergantung kepada taktik atau kaedah yang digunakan oleh guru-guru matematik untuk melaksanakan strategi yang terpilih. Sebabnya ialah taktik akan mengarahkan interaksi pelajar-pelajar dengan objek-objek dari set rujukan dan seterusnya menetapkan jenis pengalaman yang akan diperolehi oleh pelajar-pelajar itu⁶.

Nota

¹ Perkataan *fungsi* ialah istilah standad bagi *rangkap* dan *petaan*.

² Perkataan *subset* ialah istilah standad bagi *set kecil*.

³ Perkataan *pembolehubah* ialah istilah standad bagi *angkubah*.

⁴ Setengah-setengah istilah yang digunakan dalam skema ini adalah diambil dari rencana yang berjudul "Concepts" oleh K.B. Henderson (1970).

⁵ Perkataan *koefisien* ialah istilah standad bagi *angkali*.

⁶ Sebagai satu contoh, pembaca-pembaca dirujukkan satu modul bertajuk "Mappings" yang ditulis oleh satu kumpulan peserta RECSAM (Paitoon Boonwattanawibon, Zaidah bt. Mohamed, Kadarusman, dan Cheong Chee Seck) di bawah bimbingan penulis rencana ini. Modul ini yang ditulis untuk kegunaan pelajar-pelajar tingkatan empat yang lemah dalam matematik telah diterbitkan oleh RECSAM dan boleh didapati dari Assistant Director (Information), RECSAM, Pulau Pinang.

Rujukan

- Dienes, Z.P. *Building Up Mathematics*. London: Hutchinson Educational Ltd., 1963.
 Henderson, K.B. "Concepts". *The Teaching of Secondary School Mathematics* (Thirty-third yearbook). Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1970, 166-195.
 Polya, G. *How to Solve it*. New York: Doubleday & Company Inc., 1957.

Rujukan Tambahan

- Dienes, Z.P. "Some Basic Processes Involved in Mathematics Learning". *Research in Mathematics Education*. Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1968, 21-34.
 Engan, H.V. "The Formation of Concepts". *The Learning of Mathematics: its theory and practice* (Twenty-first yearbook). Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1953, 69-98.
 Irving, A. "Piaget on the Learning of Mathematics". In D.B. Aichele, & R.E. Reys (Ed.), *Readings in Secondary School Mathematics*. Boston: Prindle, Weber & Schmidt Inc., 1971, 214-221.
 National Advisory Committee on Mathematical Education. *Overview and Analysis of School Mathematics Grades K-12*. Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1977.
 Polya, G. "Fundamental Ideas and Objectives of Mathematics Education". In Commonwealth Secretariat (Ed.), *Mathematics in Commonwealth Schools*. Report of a specialist conference held at the University of the West Indies, Trinidad, September, 1968, 27-34.
 Skemp, R.R. *The Psychology of Learning Mathematics*. England: Penguin Books Ltd., 1971.