
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2002/2003

April/Mei 2003

JIM 415 – Pembolehubah Kompleks

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

...2/-

1. (a) Nilaiikan $\int_C z dz$ jika C ialah suatu garis lurus dari 0 ke 1 dan kemudian dari 1 ke $1 + i$.
(30 markah)
- (b) Nilaiikan $\int_C (z^2 + 3z) dz$ di sepanjang bulatan $|z| = 2$ dari $(2,0)$ ke $(0,2)$.
(30 markah)
- (c) Nilaiikan kamiran $\int_2^{2i} (z^2 - 2z + 3) dz$.
(40 markah)
2. (a) Tentukan sama ada pernyataan berikut benar atau salah:
- (i) fungsi analitik dapat dinyatakan sebagai suatu siri kuasa yang menumpu.
- (ii) fungsi $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n$ adalah berselanjur di $z = z_0$ jika jejari penumpuan $R < 0$.
(20 markah)
- (b) Nilaiikan $\int_C \frac{dz}{z^2 - 5z + 6}$ jika C suatu bulatan berpusat di $(0,1)$ dan berjejari 3.
(40 markah)
- (c) Jika $C: |z - i| = 7$ berorientasi positif, nilaiikan $\int_C \frac{z^4}{z^2 + 49} dz$.
(40 markah)

3. (a) Dapatkan siri Taylor bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{z}$ di sekitar $z = 1$. Tentukan jejari penumpuan siri itu.

(30 markah)

- (b) Tunjukkan bahawa

$$\sin z^2 = z^2 - \frac{z^6}{3!} + \frac{z^{10}}{5!} - \dots$$

(30 markah)

- (c) Kembangkan fungsi $f(z) = \frac{1}{z^2 - z - 2}$ sebagai siri Laurent di sekitar $z = -1$.

(40 markah)

4. (a) Nilaikan $\int_C \frac{1}{z-1} dz$ jika C ialah bulatan $|z| = \infty$.

(30 markah)

- (b) Tentukan kutub bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{z^2(z^2 + 2z + 2)}$ dan tentukan reja di kutub-kutub itu.

(30 markah)

- (c) Nilaikan $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{4 - 4 \cos \theta + 1}$.

(40 markah)