

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2002/2003

April/Mei 2003

**JIM 213 – Persamaan Pembezaan I**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Setiap jawapan mesti dijawab di dalam buku jawapan yang disediakan.

Baca arahan dengan teliti sebelum anda menjawab soalan.

Setiap soalan bernilai 100 markah dan markah subsoalan diperlihatkan di penghujung subsoalan itu.

...2/-

1. (a) Selesaikan persamaan pembezaan

$$(x+1)\frac{dy}{dx} = x+6.$$

(30 markah)

- (b) Tunjukkan persamaan

$$(\cos x \sin x - xy^2) dx + y(1-x^2) dy = 0$$

adalah tepat. Dengan ini, cari penyelesaiannya.

(40 markah)

- (c) Jika  $\phi_1(x)$  merupakan suatu penyelesaian bagi persamaan pembezaan

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0,$$

maka tunjukkan baha

$$\phi_2(x) = c\phi_1(x)$$

dengan  $c$  adalah suatu malar, juga merupakan suatu penyelesaian. Adakah  $\phi_1(x)$  dan  $\phi_2(x)$  membentuk suatu asas penyelesaian? Terangkan.

(30 markah)

2. (a) Dengan menggunakan kaedah koefisien belum tentu, selesaikan persamaan

$$y'' - 2y' + y = xe^x + 4, \text{ tertakluk kepada syarat awal}$$

$$y(0) = 1 \text{ dan } y'(0) = 1.$$

(60 markah)

- (b) Selesaikan persamaan linear berikut:

$$(x+1)\frac{dy}{dx} + 2y = \frac{e^x}{1+x}.$$

(40 markah)

- 3: (a) Cari penyelesaian bagi persamaan Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = xy^2.$$

(40 markah)

- (b) (i) Fungsi langkah unit Heaviside ditakrifkan oleh

$$H(t-a) = \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$$

Tunjukkan jelmaan Laplace bagi fungsi ini ialah

$$\mathcal{L}\{H(t-a)\} = \frac{e^{-as}}{s}.$$

- (ii) Fungsi  $g(t)$  ditakrifkan oleh

$$g(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t < \frac{\pi}{4} \\ \sin t + \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right), & t \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Tuliskan  $g(t)$  di dalam sebutan fungsi Heaviside. Seterusnya, cari

$$\mathcal{L}\{g(t)\}.$$

(60 markah)

[Petunjuk: Anda boleh guna keputusan berikut

$$\mathcal{L}\{H(t-c)f(t-c)\} = e^{-cs}F(s), s > a]$$

...4/-

4. Pertimbangkan sistem persamaan pembezaan linear

$$\frac{dx}{dt} = x$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x + 3y + z$$

$$\frac{dz}{dt} = 2y + 4z.$$

- (a) Tuliskan sistem berkenaan dalam bentuk persamaan matriks

$$\frac{dX}{dt} = AX,$$

dan nyatakan matriks A.

(20 markah)

- (b) Tunjukkan  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  dan  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  adalah vektor eigen bagi matriks A dan dapatkan nilai eigen yang bersepadan.

(45 markah)

- (c) Dapatkan matriks penyelesaian asas bagi sistem tersebut.

(35 markah)

5. Dengan menggunakan kaedah Jelmaan Laplace, selesaikan masalah nilai awal

$$y'' + 3y' + 2y = 2 \sin 2t$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 0.$$

Anda boleh guna jadual berikut untuk mendapatkan jelmaan Laplace yang diperlukan.

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$t^n, n = 0, 1, 2, \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$\text{Cos } wt$	$\frac{s}{s^2 + w^2}$
$\text{Sin } wt$	$\frac{w}{s^2 + w^2}$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$

$$\left[ \text{Petunjuk: } \frac{1}{(s+1)(s+2)} \left( \frac{4}{s^2+4} \right) = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{Cs+D}{s^2+4} \right]$$

(100 markah)