
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2014/2015 Academic Session

December 2014/January 2015

EUM 113 – ENGINEERING CALCULUS
[KALKULUS KEJURUTERAAN]

Duration : 3 hours

[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of **SEVEN (7)** pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH (7)** mukasurat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

Instructions: This question paper consists of **FIVE (5)** questions. Answer **ALL** questions. All questions carry the same marks.

Arahan: Kertas soalan ini mengandungi **LIMA (5)** soalan. Jawab **SEMUA** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai.]

1. (a) Find a value of c that makes the function continuous at $x = 0$

Cari nilai c supaya fungsi berikut selanjut pada $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9x - 3\sin 3x}{5x^3}, & x \neq 0 \\ c, & x = 0 \end{cases}$$

(20 marks/markah)

- (b) Find the maximum and the minimum values of $f(x, y, z) = x + y + 2z$ subject to constraint

Cari nilai maksimum dan minimum bagi $f(x, y, z) = x + y + 2z$ tertakluk kepada kekangan

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3$$

(30 marks/markah)

- (c) A mass of a rocket decreases with time due to the burning of onboard fuel. It is assumed that the exhaust gases are ejected with constant velocity v_e (relative to the rocket), the fuel is consumed at rate r and the rocket has the initial mass m at takeoff (including its fuel). A model has been developed for the velocity of the rocket at time t and is given by the following equation

Satu jisim roket berkurangan dengan masa kerana pembakaran bahan api di atas kapal. Ia adalah dianggap bahawa gas ekzos yang dikeluarkan dengan v_e halaju malar (berbanding dengan roket), bahan bakar yang digunakan pada kadar r dan roket mempunyai jisim m awal pada berlepas (termasuk bahan api). Satu model telah dibangunkan untuk halaju roket pada masa t dan diberikan oleh persamaan berikut:

...3/-

$$v(t) = -gt - v_e \ln \frac{m - rt}{m}$$

The height of the rocket after takeoff is given by $H = \int v(t)dt$.

If the acceleration due to gravity $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $v_e = 3000 \text{ m/s}$, $r = 160 \text{ kg/s}$, and $m = 30,000 \text{ kg}$, calculate the height of the rocket after one minute takeoff.

Ketinggian roket tersebut selepas berlepas diberi oleh $H = \int v(t)dt$.

Jika pecutan disebabkan oleh graviti $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $v_e = 3000 \text{ m/s}$, $r = 160 \text{ kg/s}$, dan $m = 30,000 \text{ kg}$, kira ketinggian roket tersebut selepas berlepas selama satu minit.

(50 marks/markah)

2. (a) Find all local maxima and minima of points for function $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$

Cari semua titik maksimum dan minimum tempatan untuk fungsi $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$.

(30 marks/markah)

- (b) If $z = f(x, y)$ and $x^2 + 2xz - 2yz^2 = 10$, find $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ at $(2, -1, 1)$.

Jika $z = f(x, y)$ dan $x^2 + 2xz - 2yz^2 = 10$, cari nilai $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ pada $(2, -1, 1)$.

(20 marks/markah)

- (c) Consider an open box with no lid. The box has volume 32 and dimensions x, y, z . Using Lagrange multipliers, find the dimensions of the box with minimal surface area.

Pertimbangkan sebuah kotak terbuka tanpa penutup. Kotak ini mempunyai isipadu 32 dan dengan dimensi x, y, z . Dengan menggunakan pendarab Lagrange, cari dimensi kotak untuk kawasan permukaan yang minimum.

(50 marks/markah)

3. (a) Solve the following ordinary differential equation.
Selesaikan persamaan pembezaan biasa yang berikut

$$\frac{dx}{dt} = xt^2, \quad x(2) = 1$$

(20 marks/markah)

- (b) By using operator D method, solve the following equation,
Dengan menggunakan kaedah operator D, selesaikan persamaan berikut,

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 2e^{2x} + \sin 2x$$

(30 marks/markah)

- (c) The charge q on a capacitor in an inductive circuit is given by the differential equation,

Caj q pada satu kapasitor dalam suatu litar induktif diberi sebagai persamaan pembezaan,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 300 \frac{dq}{dt} + (2 \times 10^4)q = 200 \sin 100t$$

It is also known that both q and $\frac{dq}{dt}$ are zero when $t = 0$. Use Laplace transform method to find q .

Juga diketahui bahawa kedua-dua q dan $\frac{dq}{dt}$ adalah sifar bila $t = 0$. Guna kaedah jelmaan Laplace untuk mendapatkan q .

(50 marks/markah)

4. (a) Solve $(2y - x) \frac{dy}{dx} = 2x + y$, given that $y = 3$ when $x = 2$

Selesaikan $(2y - x) \frac{dy}{dx} = 2x + y$, diberi $y = 3$ bila $x = 2$

(30 marks/markah)

- (b) Solve the following Bernoulli equation $\frac{dy}{dx} = xy^5 + y$

Selesaikan persamaan Bernoulli $\frac{dy}{dx} = xy^5 + y$

(30 marks/markah)

- (c) Solve the following initial value problem using the method of undetermined coefficient,
Selesaikan masalah nilai awal berikut dengan menggunakan kaedah pekali tak diketahui,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = 4\cos 2t$$

with

dengan

$$x(0) = 0, \frac{dx}{dt}(0) = 2$$

(40 marks/markah)

5. (a) An international airline has a regulation that each passenger can carry a suitcase with sum of its width, length and height of less than or equal to 132 cm. Find the dimensions of the suitcase of maximum volume that a passenger may carry under such regulation.

Suatu penerbangan antarabangsa meletakkan peraturan bahawa setiap penumpang boleh membawa beg pakaian dengan jumlah lebar, panjang dan tingginya adalah kurang atau bersamaan dengan 132 cm. Dapatkan dimensi bagi isipadu maksima beg pakaian seseorang penumpang dapat bawa di bawah peraturan sedemikian.

(35 marks/markah)

- (b) Determine whether the following limit exists. If it exists, find its value.
Tentukan sama ada had-had berikut wujud. Sekiranya ia wujud, cari nilainya.

(i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{6x^2+10y^2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sqrt[3]{x+1} \ln(x+1)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-12}{|x-2|}$

(20 marks/markah)

- (c) Find $y(0.5)$ for $y' = y^2+1$; $y(0) = 0$, using Euler's method. Use the step size, $h = 0.1$ working through to four decimal places of accuracy. Then, find the answer using analytical method.

Cari $y(0.5)$ untuk $y' = y^2+1$; $y(0) = 0$, menggunakan kaedah Euler. Gunakan saiz langkah, $h = 0.1$ dengan meberikan jawapan sehingga ketepatan empat tempat perpuluhan. Seterusnya, cari jawapan dengan kaedah analitik.

(45 marks/markah)