
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2014/2015 Academic Session

June 2015

ESA 380/3 – Orbital Mechanics
[Mekanik Orbit]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please ensure that this paper contains **ELEVEN (11)** printed pages and **FIVE (5)** questions before you begin examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **SEBELAS (11)** mukasurat bercetak dan **LIMA (5)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan].*

Instructions : Answer **FIVE (5)** questions.

Arahan : Jawab **LIMA (5)** soalan].

Student may answer the questions either in English or Bahasa Malaysia.

[Pelajar boleh menjawab soalan dalam Bahasa Inggeris atau Bahasa Malaysia].

Each questions must begin from a new page.

[Setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru].

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. [a] **Figure 1** shows a system of three body problem consist of the Earth, a satellite and moon. By considering only gravitational forces of these objects,

(i) Draw a free body diagram for the system.

(5 marks)

(ii) Develop the equation of motion of the satellite with respect to the inertial frame.

(30 marks)

(iii) Develop the equation of motion of the satellite relative to the earth.

(25 marks)

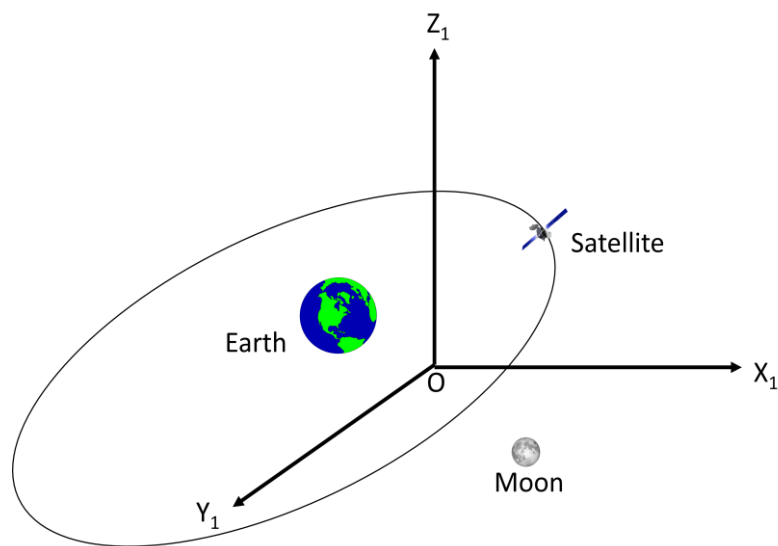


Figure 1

[b] Draw the location of the equilibrium points that also known as Lagrangian Points for Earth-Sun system. If a spacecraft with sun monitoring mission is planned to be launched, explain which point of Lagrangian Point is suitable for this mission?

(10 marks)

[c] The following position data for an earth orbiter are given:

Point A = 600 km altitude at a true anomaly of 40°

Point B = 1500 km altitude at a true anomaly of 120°

(i) Calculate the eccentricity of the orbit.

(15 marks)

(ii) Calculate, in terms of the period T , the time required to fly from A to B
Given the mean anomaly and eccentric anomaly of this type of orbit are as follow

$$\tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2}$$

(15 marks)

2. [a] (i) Show the orientation of the orbit in three dimensions.

(ii) State the classical orbital elements

(10 marks)

[b] Given the orbital elements $e = 1.4$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 40^\circ$ and $\omega = 60^\circ$. Prove that the transformation matrix from the geocentric equatorial frame into perifocal frame is as follow

$$[\mathbf{Q}]_{XYZ \rightarrow PQW} = \begin{bmatrix} -0.099068 & 0.89593 & 0.43301 \\ -0.94175 & -0.22496 & 0.25 \\ 0.32139 & -0.38302 & 0.8663 \end{bmatrix}$$

(60 marks)

[c] Given that, with respect to the geocentric equatorial frame

$$\mathbf{r} = -6634.2\hat{\mathbf{i}} - 1261.8\hat{\mathbf{j}} - 5230.9\hat{\mathbf{k}} \text{ (km)},$$

$$\mathbf{v} = 5.7644\hat{\mathbf{i}} - 7.2005\hat{\mathbf{j}} - 1.8106\hat{\mathbf{k}} \text{ (km/s)}$$

and the eccentricity vector is

$$\mathbf{e} = -0.40907\hat{\mathbf{i}} - 0.48751\hat{\mathbf{j}} - 0.63640\hat{\mathbf{k}},$$

Calculate the true anomaly θ of the earth-orbiting satellite.

(30 marks)

3. [a] Two satellites are orbiting the earth in circular orbits – not at the same altitude or inclination. Discuss all the possible plane change maneuvers to place the lower satellite in the same orbit as that the higher one. **(30 marks)**
- [b] A 2000 kg spacecraft is in a 480 km by 800 km earth orbit as in figure 2. Find ,
- The Δv required at perigee A to place the spacecraft in a 480 km by 16000 km transfer ellipse (orbit 2). **(25 marks)**
 - The Δv (apogee kick) required at B of the transfer orbit to establish a circular orbit of 16000 km altitude (orbit 3). **(25 marks)**
 - The total required propellant if the specific impulse is 300 s. **(20 marks)**

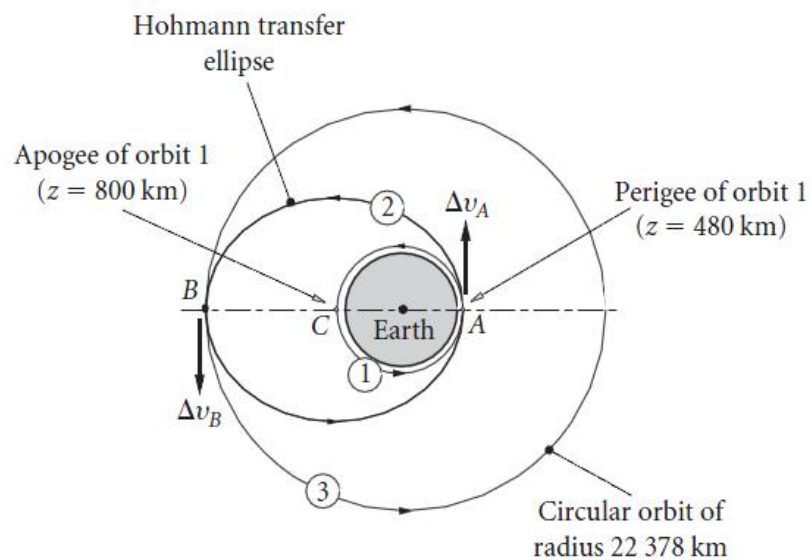


Figure 2

4. [a] A spacecraft is in a 300 km circular earth orbit. Calculate
- (i) The total Δv required for the bi-elliptical transfer to a 4000 km altitude coplanar circular orbit, see **Figure 1**. (40 marks)
 - (ii) The total transfer time. (20 marks)

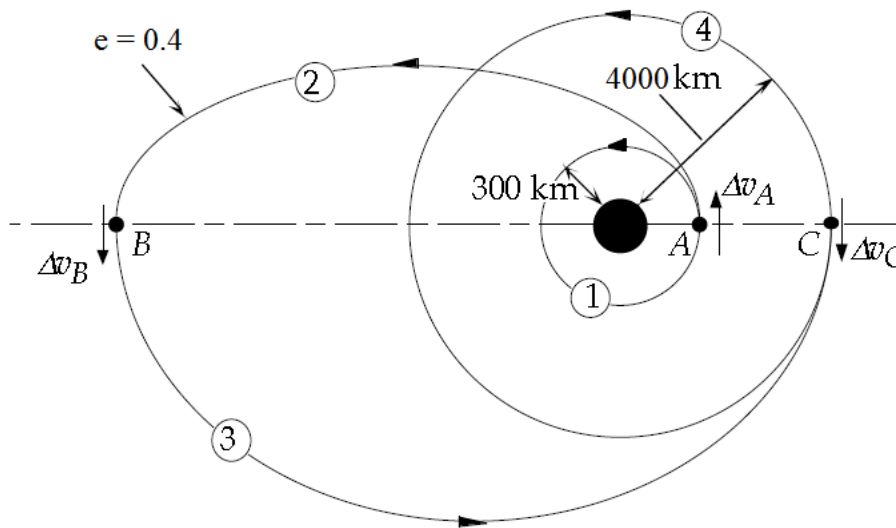


Figure 3

- [b] A satellite in orbit 1 in **Figure 4** undergoes a delta-v maneuver at perigee P_1 such that the new orbit 2 has the same eccentricity e , but its apse line is rotated 90 deg clockwise from the original one. Calculate the specific angular momentum of orbit 2 in term of angular momentum of orbit 1 and the eccentricity e . (40 marks)

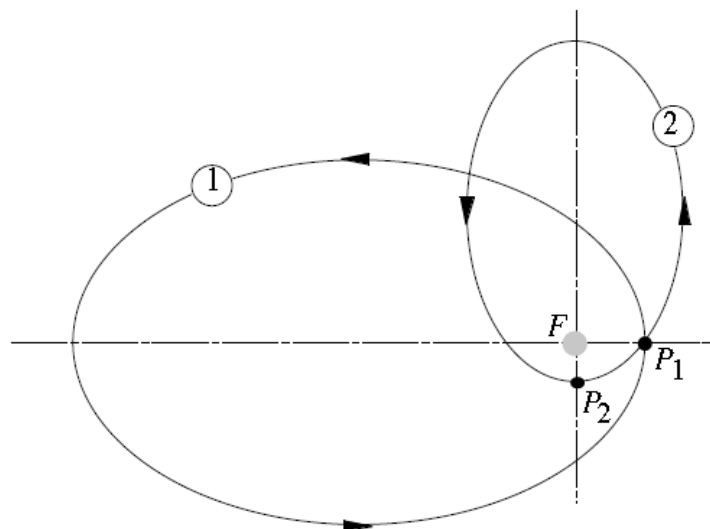


Figure 4

5. USMSat with 1000kg mass will be launched to Mars for scientific mission to study the characteristic of that planet. Assuming the propulsion system has a specific impulse of 285s, calculate :

[a] the time required for the mission

(50 marks)

[b] the propellant mass required to launch this spacecraft from 200 km circular earth orbit on a Hohmann transfer trajectory to orbit of Mars.

(50 marks)

1. [a] **Rajah 1** menunjukkan sebuah sistem masalah tiga jasad yang terdiri daripada bumi, satelit dan bulan. Dengan hanya mempertimbangkan tarikan graviti jasad-jasad tersebut,

(i) Lukiskan gambarajah jasad bebas untuk sistem tersebut.

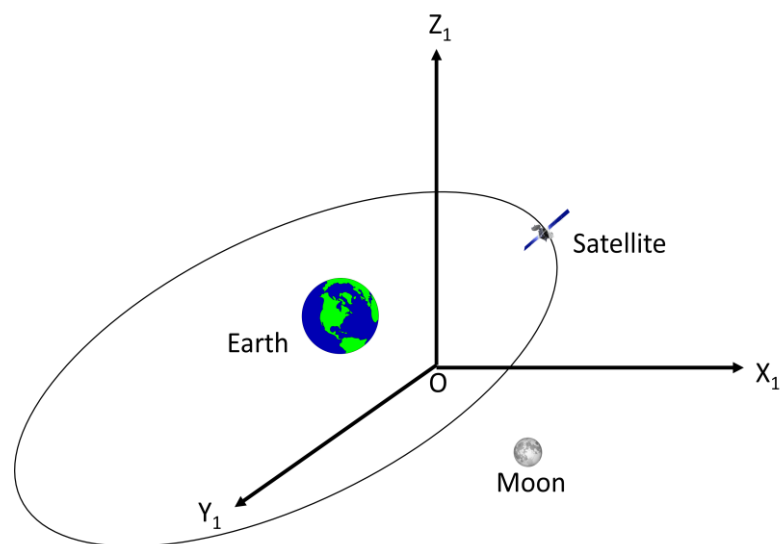
(5 markah)

(ii) Hasilkan persamaan gerakan satelit relatif kepada bingkai tegar.

(30 markah)

(iii) Hasilkan persamaan gerakan satelit relatif kepada bumi.

(25 markah)



Rajah 1

[b] Lukiskan lokasi titik keseimbangan yang juga dikenali sebagai titik Lagrange untuk sistem bumi - matahari. Jika sebuah kapal angkasa yang mempunyai misi untuk memerhati matahari bakal dilancarkan, terangkan titik Lagrange manakah yang bersesuaian untuk misi ini?

(10 markah)

[c] Diberikan posisi data bagi satelit pengorbit bumi adalah:

Point A = 600 km altitud pada anomali benar 40°

Point B = 1500 km altitud pada anomali benar 120°

[i] Kirakan keesentrikan orbit.

(15 markah)

[ii] Kirakan, dalam bentuk tempoh T , masa yang diperlukan untuk bergerak dari titik A ke B. Diberi 'mean anomaly' dan 'eccentric anomaly' untuk jenis orbit ini seperti berikut

$$\tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2}$$

(15 markah)

2. [a] (i) Tunjukkan orientasi orbit dalam tiga dimensi.

(ii) Nyatakan elemen-elemen orbit klasik.

(10 markah)

[b] Diberi elemen-elemen orbit $e = 1.4$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 40^\circ$ dan $\omega = 40^\circ$. Buktikan matrik transformasi untuk penukaran dari bingkai geosepusat khatulistiwa kepada bingkai perifokal adalah seperti berikut:

$$[\mathbf{Q}]_{XYZ \rightarrow PQW} = \begin{bmatrix} -0.099068 & 0.89593 & 0.43301 \\ -0.94175 & -0.22496 & 0.25 \\ 0.32139 & -0.38302 & 0.8663 \end{bmatrix}$$

(60 markah)

[c] Diberi, merujuk kepada rangka equatorial geocentric

$$\mathbf{r} = -6634.2\hat{\mathbf{i}} - 1261.8\hat{\mathbf{j}} - 5230.9\hat{\mathbf{k}} \text{ (km)},$$

$$\mathbf{v} = 5.7644\hat{\mathbf{i}} - 7.2005\hat{\mathbf{j}} - 1.8106\hat{\mathbf{k}} \text{ (km/s)}$$

dan vektor keesentrikan

$$\mathbf{e} = -0.40907\hat{\mathbf{i}} - 0.48751\hat{\mathbf{j}} - 0.63640\hat{\mathbf{k}},$$

Kirakan anomali benar untuk satelit mengorbit bumi.

(30 markah)

3. [a] Dua buah satelit sedang mengorbit bumi dalam orbit bulat – bukan pada altitud dan sudut condong orbit yang sama. Bincangkan kesemua perubahan satah olah gerak yang boleh untuk memindahkan satelit yang berada pada orbit rendah untuk berada pada orbit yg sama dengan satelit yang berada pada orbit tinggi.

(30 markah)

- [b] Sebuah kapal angkasa berjisim 2000 kg berada pada orbit 480 km dengan 800 km dalam **Gambarajah 2**. Cari,

- (i) Δv yang diperlukan pada perigi A untuk meletakkan kapal angkasa pada orbit 480 km dengan 16000 km orbit pindah (orbit 2).

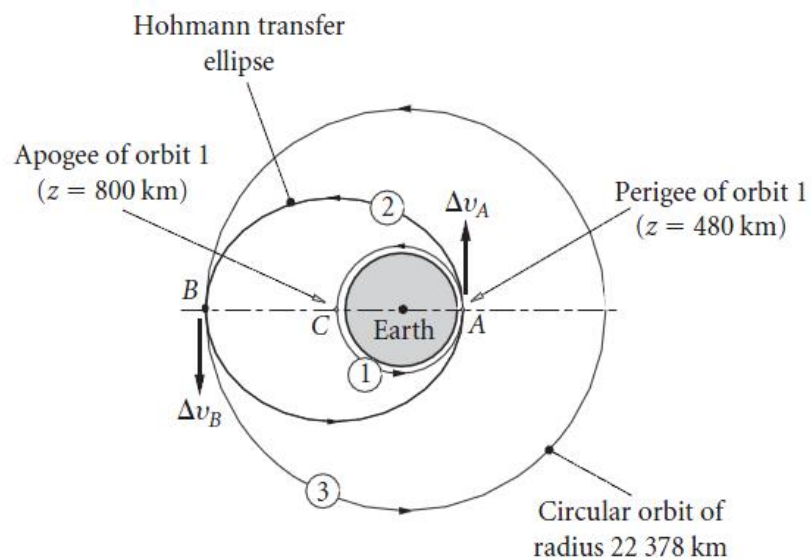
(25 markah)

- (ii) Δv (apogi sentak) yang diperlukan pada orbit pindah B untuk menubuhkan orbit bulat dengan ketinggian 16000 km (orbit 3).

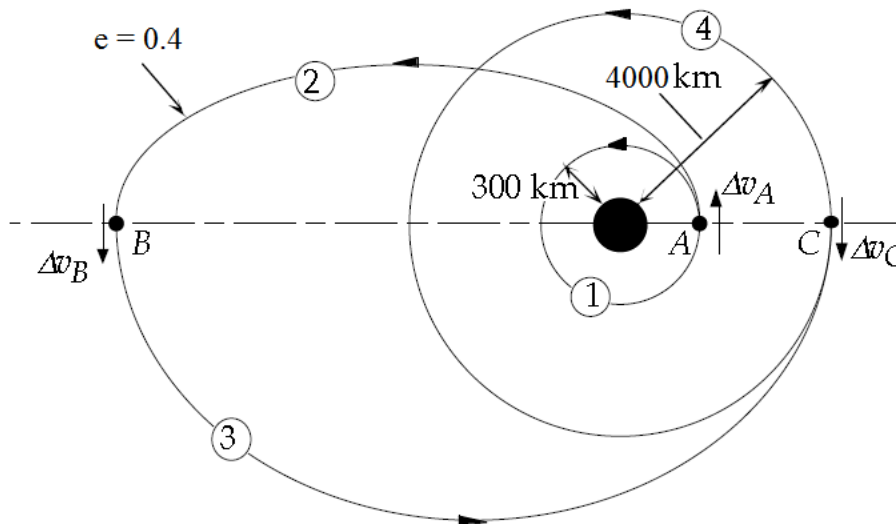
(25 markah)

- (iii) Jumlah bahan dorong yang diperlukan jika impuls tertentu adalah 300 s.

(20 markah)

**Gambarajah 2**

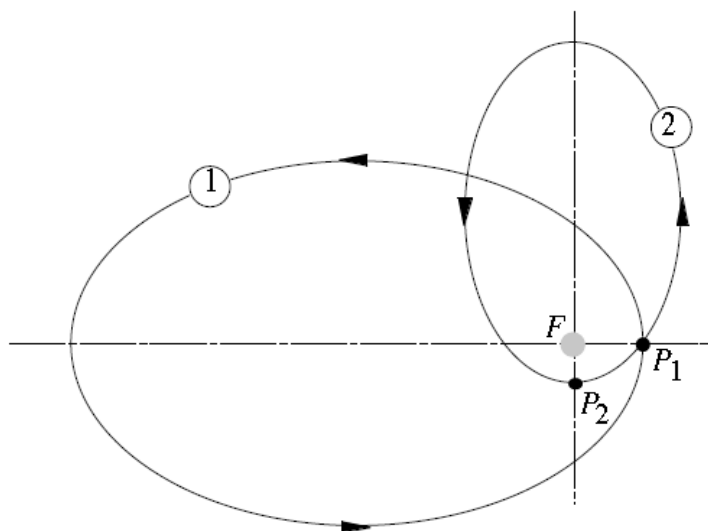
4. [a] Sebuah kapal angkasa berada pada orbit bulat 300 km. Kira
- (i) Jumlah Δv yang diperlukan untuk perpindahan 'bi-elliptical' ke altitud 4000 km orbit bulat sesatah, lihat **Gambarajah 3**. (40 markah)
- (ii) Jumlah masa perpindahan. (40 markah)



Gambarajah 3

- [b] Sebuah satelit di orbit 1 dalam **Gambarajah 4** melalui olah gerak delta-v pada perigi P_1 supaya orbit baru 2 mempunyai kesipian e yang sama, tetapi garis apsisnya berputar 90 darjah ikut jam daripadanya yang asal. Kirakan Momentum sudut orbit 2 dalam terma yang mengandungi momentum sudut orbit satu dan kesipian.

(40 markah)



Gambarajah 4

5. *USMSat yang mempunyai berat 1000 kg akan dilancarkan ke Marikh untuk misi saintifik mengkaji ciri-ciri planet tersebut. Dianggarkan sistem pendorong mempunyai impuls spesifik sebanyak 285s, kirakan :*

[a] Masa yang diperlukan untuk misi tersebut

(50 markah)

[b] Bahan api yang diperlukan untuk melancarkan kapal angkasa daripada 200 km orbit bulat untuk laluan orbit pindah Hohmann ke Marikh.

(50 markah)

ooo000ooo