
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2013/2014 Academic Session

December 2013/January 2014

EME 451 – Computational Fluid Dynamics
[Pengkomputeran Dinamik Bendalir]

Duration : 2 hours
[Masa : 2 jam]

Please check that this paper contains **FIVE (5)** printed pages and **FOUR (4)** questions before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **LIMA (5)** mukasurat bercetak dan **EMPAT (4)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

INSTRUCTIONS : Answer **ALL** questions. You may answer all questions in **English** OR **Bahasa Malaysia** OR a combination of both.

ARAHAN : Jawab **SEMUA** soalan. Calon boleh menjawab semua soalan dalam **Bahasa Malaysia** ATAU **Bahasa Inggeris** ATAU kombinasi kedua-duanya.]

Answer to each question must begin from a new page.

[Jawapan untuk setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

Q1. [a] Write a transport equation for fluids and classify their terms.

Tulis sebuah persamaan pengangkutan untuk bendalir dan klasifikasikan sebutan mereka.

(20 marks/markah)

[b] Discretize the Navier-Stokes equation for a steady flow, two-dimensional, non-uniform, geographically notated control volume in Figure 1[b]. In your discretization apply second-order central differences to the spatial terms. The final form of the discretized equation should appear as:

Diskretkan persamaan Navier-Stokes bagi aliran mantap, 2-dimensi, tak selaras, isipadu kawalan dicatatkan secara geographi seperti dalam Rajah 1[b]. Dalam pendiskretan anda, gunakan pembezaan pusat peringkat kedua bagi sebutan separa. Persamaan akhir bagi persamaan diskret seharusnya wujud sebagai:

$$A_P \phi_P = A_W \phi_W + A_E \phi_E + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_\phi$$

Where $A_E = -\frac{u_e}{2\Delta x_p} + \frac{\gamma}{\delta x_e \Delta x_p}$, $A_W = \frac{u_w}{2\Delta x_p} + \frac{\gamma}{\delta x_w \Delta x_p}$

$$A_N = -\frac{v_n}{2\Delta y_p} + \frac{\gamma}{\delta y_n \Delta y_p}$$
, $A_S = \frac{v_s}{2\Delta y_p} + \frac{\gamma}{\delta y_s \Delta x_p}$

Ignore the pressure terms.

Abaikan sebutan tekanan.

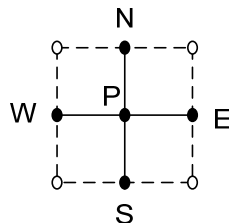


Figure Q1[b]
Rajah S1[b]

(50 marks/markah)

[c] Derive the algorithm for TDMA. Explain how it can be used in 2D and 3D flow fields.

Terbitkan algoritma bagi TDMA. Terangkan bagaimana ianya boleh digunakan dalam medan aliran 2D dan 3D.

(30 marks/markah)

Q2. [a] Why do we need experiments still today when we can use CFD to solve complex engineering problems with highly sophisticated computers?

Mengapakah kita memerlukan eksperimen hingga hari ini apabila kita boleh menggunakan CFD bagi menyelesaikan masalah-masalah kejuruteraan kompleks dengan komputer yang canggih.

(20 marks/markah)

[b] In the context of the FLUENT software what is meant by:

Dalam konteks perisian FLUENT apakah yang dimaksudkan sebagai:

- (i) **Velocity inlet boundary condition**
Keadaan sempadan halaju masukan
- (ii) **Outflow boundary condition**
Keadaan sempadan aliran keluaran
- (iii) **Wall boundary condition**
Keadaan sempadan dinding
- (iv) **Pressure outlet boundary condition**
Keadaan sempadan tekanan keluaran
- (v) **Residuals**
Pembakian

(30 marks/markah)

[c] Derive the equation of continuity for any fluid by accounting for the balance of mass flowing in and out of the control volume as shown in Figure 2[c].

Terbitkan persamaan keselajaran bagi bendalir dengan mengambil kira keseimbangan jisim aliran masuk dan keluar bagi isipadu kawalan seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 2[c].

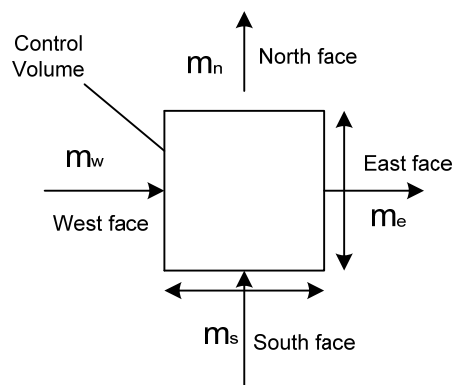


Figure Q2[c]
Rajah S2[c]

- [i] Write the resulting equation in terms of the substantial derivative, $\frac{D\rho}{Dt}$.

Tuliskan persamaan hasil dalam sebutan pembezaan pembolehubah, $\frac{D\rho}{Dt}$.

- [ii] Define incompressible fluid/flow in relation to the equation of continuity.

Takrifkan bendalir/aliran tak boleh mampat dalam hubungan kepada persamaan kesinambungan.

(50 marks/markah)

- Q3. List down all types of PDE's in CFD and explain the similarities and differences of each PDE type. Also, please provide a mathematical model and numerical method to solve each type of PDE. Given $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2/2)}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u)$, please determine the type of PDE for this equation and how to numerically solve this equation.**

Tuliskan semua jenis PDE dalam CFD dan terangkan persamaan dan perbezaan di antara setiap jenis PDE. Tentukan model dan kaedah yang digunakan untuk menyelesaikan setiap jenis PDE. Diberikan $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2/2)}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u)$, tentukan jenis PDE ini dan bagaimana hendak menyelesaikan persamaan tersebut secara numerik.

(100 marks/markah)

- Q4. The following scalar equation models the heat conduction in 1D.**

Persamaan berikut merupakan model pemindahan haba secara konduksi dalam 1D.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

- [a] Lewis Richardson proposed the following numerical method to solve Equation (1). Determine the scheme's order of accuracy.

Lewis Richardson mencadangkan kaedah berikut untuk menyelesaikan Persamaan (1). Tentukan ketepatan kaedah yang digunakan.

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^{n-1}}{2\Delta t} = \kappa \frac{T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (2)$$

(32 marks/markah)

- [b] Using von Neumann analysis, show that the method proposed by Richardson is unconditionally unstable.

Dengan menggunakan analisis von Neumann, tunjukkan kaedah Richardson adalah tidak stabil dalam semua keadaan.

(24 marks/markah)

- [c] **Dufort and Fraenkel proposed the following numerical method to solve Equation (1). Show that the scheme is unconditionally stable.**

Dufort dan Fraenkel mencadangkan kaedah berikut untuk menyelesaikan Persamaan (1). Tunjukkan kaedah berikut adalah stabil dalam semua keadaan.

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^{n-1}}{2\Delta t} = \kappa \frac{T_{j+1}^n - (T_j^{n+1} + T_j^{n-1}) + T_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (3)$$

(24 marks/markah)

- [d] **Use LTE analysis to explain the unexpected result in [c].**

Gunakan analisis LTE untuk menerangkan kejadian di dalam [c].

(20 marks/markah)

-00000000-