
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2014/2015 Academic Session

December 2014 / January 2015

EME 411 – Numerical Methods For Engineers
[Kaedah Berangka Untuk Jurutera]

Duration : 2 hours
Masa : 2 jam

Please check that this paper contains **FOUR** printed pages, **ONE** page appendix and **THREE** questions before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas soalan ini mengandungi **EMPAT** mukasurat, **SATU** mukasurat lampiran dan **TIGA** soalan yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.]*

Appendix/Lampiran :

1. Useful formulas [1 page/mukasurat]

INSTRUCTIONS : Answer **ALL** questions.

[ARAHAN : Jawab **SEMUA** soalan.]

Answer questions in English OR Bahasa Malaysia.

[Jawab soalan dalam Bahasa Inggeris ATAU Bahasa Malaysia.]

Answer to each question must begin from a new page.

[Jawapan bagi setiap soalan mestilah dimulakan pada mukasurat yang baru.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

Q1. [a] Consider a one dimensional transient heat conduction problem.

- [i] Express the general form of the partial differential equation where the temperature field is continuous in space and time.**
- [ii] Express the equivalent discrete form of the equation using finite difference method.**
- [iii] Describe TWO (2) differences between explicit and implicit methods for solving the transient problem.**

Pertimbangkan masalah aliran haba fana satu dimensi.

- [i] Ungkapkan bentuk am persamaan pembezaan separa yang menyatakan medan suhu adalah selanjar di dalam ruang dan masa.*
- [ii] Ungkapkan bentuk diskret setara dengan menggunakan kaedah pembezaan terhingga.*
- [iii] Terangkan DUA (2) perbezaan di antara kaedah nyata dan kaedah tersirat bagi menyelesaikan masalah fana ini.*

(40 marks/markah)

[b] Consider the transient heat conduction problem in a rod of 1m length and unit thermal diffusivity. The left end of the rod is prescribed with heat flux of 100W/m while the right end is maintained at 0 °C. Assume the initial temperature is uniform at 0 °C.

Use the FDM with explicit method to solve the value of the temperature at the left end after 0.2 seconds. You must use 4 grid points $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ and 3 time levels $\{t_0, t_1, t_2\}$. You must also use finite difference of order $O(h^2)$ for the boundary value.

Pertimbangkan masalah aliran haba fana di dalam rod sepanjang 1m dan kemeresapan haba 1 unit. Hujung kiri ditetapkan menerima fluks haba sebanyak 100 W/m dan hujung kanan ditetapkan pada 0 °C. Suhu awal rod ialah seragam pada 0 °C.

Dengan menggunakan FDM beserta kaedah nyata, selesaikan nilai suhu pada hujung kiri rod selepas 0.2 saat. Gunakan 4 titik grid $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ dan 3 tahap masa $\{t_0, t_1, t_2\}$. Gunakan juga pembezaan terhingga tahap $O(h^2)$ bagi nilai sempadan.

(60 marks/markah)

- Q2. Consider a two dimensional problem of steady-state heat conduction in a 3 m by 2 m thin sheet. The edge $y = 2$ has the Robin boundary condition $u + 5\partial u/\partial n = 100$. The rest of the boundaries are prescribed with homogeneous Dirichlet boundary condition.**

Pertimbangkan masalah aliran haba malar dua dimensi di dalam satu keeping nipis bersaiz 3 m \times 2 m. Sempadan $y = 2$ mempunyai syarat sempadan Robin $u + 5\partial u/\partial n = 100$. Bahagian-bahagian lain dikenakan syarat sempadan Dirichlet homogen.

- [i] Express completely the above problem with a partial differential equation that ensures a unique solution. Assume unit thermal conductivity.**

Ungkapkan masalah di atas secara lengkap dengan persamaan pembezaan separa yang memastikan penyelesaian yang unik. Andaikan pengaliran haba sebanyak satu unit.

(20 marks/markah)

- [ii] Sketch the grid points for FDM computation where the spacing in x and y directions is equal at 1 m.**

Lakarkan titik grid bagi pengiraan FDM di mana jarak di dalam arah x dan y adalah sama pada 1 m.

(10 marks/markah)

- [iii] Set up the linear system $Au = b$ only for the unknown field variables $u_{i,j}$. Do NOT solve for u .**

Binakan sistem linear $Au = b$ hanya bagi pemboleh ubah medan yang tidak diketahui $u_{i,j}$. Jangan selesaikan u .

(60 marks/markah)

- [iv] Name an iterative method that can be used to solve the linear system.**

Namakan kaedah lelaran yang boleh digunakan untuk menyelesaikan masalah sistem di atas.

(10 marks/markah)

- Q3. [a] Derive the element matrix for a structural displacement problem in 1D using the quadratic basis functions.**

Terbitkan matriks unsur bagi masalah sesaran struktur di dalam 1D dengan menggunakan fungsi basis kuadratik.

(50 marks/markah)

[b] Consider the statement:

“For the boundary value problem

$$-k(d^2u/dx^2) = 10,$$

using 20 linear elements yields higher accuracy of solution than using 2 quadratic elements.”

Discuss with the help of sketches or equations, but without solving the problem, whether the statement is true.

Pertimbangkan kenyataan:

“Bagi masalah nilai sempadan

$$-k(d^2u/dx^2) = 10,$$

penggunaan 20 unsur linear memberikan kejituan yang lebih tinggi berbanding 2 unsur kuadratik.”

Bincangkan dengan berbantuan lakaran atau persamaan, dan tanpa penyelesaian, sama ada kenyataan di atas benar atau tidak.

(50 marks/markah)

Useful formulas

Forward differences:

$$u'_i = \frac{u_R - u_i}{h} + O(h)$$

$$u'_i = \frac{u_R - u_L}{2h} + O(h^2)$$

Centered Difference:

$$u''_i = \frac{u_R - 2u_i + u_L}{h^2} + O(h^2)$$

Explicit method for transient problem:

$$\alpha \frac{u_{i+1}^{l+1} - 2u_i^{l+1} + u_{i-1}^{l+1}}{h^2} = \frac{u_{i+1}^l - u_i^l}{s}$$