
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004

September / Oktober 2003

MST 564 – KEBOLEHPERCAYAAN STATISTIK

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA [5]** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan.

1. (a) Takrifkan suatu fungsi mandiri, $S(t)$, dan fungsi bahaya, $h(t)$.
[15 markah]
- (b) Andaikan bahawa $S(t)$ merupakan suatu fungsi mandiri dan $h(t)$ suatu fungsi bahaya. Tunjukkan

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t h(x)dx\right).$$

Seterusnya, dapatkan fungsi mandiri bagi masa hayat T jika fungsi bahayanya ialah $h(t) = \beta t^{\beta-1}$, $t > 0, \beta > 0$.
 Jika F merupakan fungsi taburan bagi T ,

(i) adakah $F \in IFR$ atau $F \in DFR$ bagi $\beta = 0.5, \beta = 1.0$ dan $\beta = 3.0$?,
 (ii) adakah min fungsi bahayanya malar, menyusut atau meningkat bagi nilai-nilai β di atas?
 [45 markah]

(c) Andaikan bahawa masa kegagalan sejenis fius mempunyai taburan eksponen (λ) dan kebolehpercayaan 1000 - jam bagi fius tersebut ialah 0.98. Dapatkan min masa hayat rejanya jika fius itu masih lagi berfungsi selepas 567 jam ianya diguna.
 [20 markah]

(d) Suatu barangan mempunyai fungsi kebolehpercayaan berikut;

$$R(t) = \frac{2}{(2+t^3)}$$
 dengan t diukur dalam tahun, dan mempunyai suatu masa jaminan selama enam bulan.
 (i) Dapatkan kebarangkalian bahawa barangan ini akan gagal di dalam jangka masa jaminan tersebut.
 (ii) Tentukan jarak masa jaminan yang diperlukan untuk memberi suatu kebarangkalian kegagalan sebanyak 0.01.
 [20 markah]

2. (a) Huraikan dan beri contoh 3 jenis penapisan data dalam kajian yang melibatkan masa hayat.
 [30 markah]

(b) Pertimbangkan set data tertapis Jenis II bagi masa hayat suatu produk ($n = 5$ dan $r = 3$) yang diambil daripada satu populasi tertabur secara eksponen dengan parameter λ :

3.6 3.9 8.5

- (i) Dapatkan ungkapan bagi fungsi kebolehdajian $L(\lambda)$ dan fungsi $\ell(\lambda) = \ln L(\lambda)$. Seterusnya, dapatkan penganggar kebolehdajian maksimum bagi parameter λ .
- (ii) Dapatkan penganggar kebolehdajian maksimum bagi min populasi.
- (iii) Dapatkan suatu selang keyakinan 95% bagi $S(5)$
- (iv) Dapatkan nilai fungsi $\ell(\lambda)$ pada nilai kebolehdajian maksimum.
- (v) Dapatkan nilai Maklumat Fisher yang dicerap.
- (vi) Andaikan bahawa data berikut terdiri daripada set data lengkap dari satu produk yang lain.

3.8 4.6 6.0 9.6

Dapatkan satu selang keyakinan 90% bagi nisbah kadar kegagalan bagi kedua-dua produk tersebut jika kedua-duanya diandaikan tertabur secara eksponen. [Nisbah bagi dua taburan khi-kuasa dua, masing-masing darjah kebebasan ν_1 dan ν_2 , mempunyai satu taburan F dengan darjah kebebasan ν_1 dan ν_2 .]

[70 markah]

3. (a) Jika masa hayat T_1, T_2, \dots, T_n tertabur secara secaman dan tak bersandar dengan taburan eksponen (λ), tunjukkan bahawa jangkaan bagi masa hayat ke - r , $T_{(r)}$ (statistik tertib ke - r), ialah

$$E[T_{(r)}] = \sum_{k=1}^r \frac{1}{(n-k+1)\lambda}$$

[Andaikan bahawa jika $V_k = (n-k+1)(T_{(k)} - T_{(k-1)})$, $k = 1, 2, \dots, r$, $T_0 = 0$, maka V_1, V_2, \dots, V_n tertabur secara seragam dan tak bersandar dengan taburan eksponen (λ)].

[40 markah]

- (b) Pertimbangkan suatu ujian hayat bagi masa hayat sejenis barangan yang tertabur secara eksponen. Diketahui bahawa min masa kegagalan yang didakwa oleh pengusaha barangan tersebut ialah 1000 jam (atau $\lambda_0 = 0.001$ kegagalan setiap jam), manakala pembeli pula ingin menolak lot barangan tersebut dengan kebarangkalian 0.90 apabila min sebenar masa kegagalan ialah 400 jam (atau $\lambda_1 = 0.0025$ kegagalan setiap jam). Dengan mengandaikan bahawa risiko pengusaha ialah $\alpha = 0.05$, dapatkan bilangan kegagalan yang terkecil yang dapat dicerap, iaitu nilai r , supaya syarat kedua-dua pengusaha dan pembeli dapat dipenuhi. Seterusnya, apakah jangkaan jangka masa untuk menghabiskan ujian sekira H_0 adalah benar dan penapisan data Jenis II dilakukan dengan $n = 20$

[40 markah]

- (c) Satu uji kaji telah dijalankan untuk menentukan kesan sejenis ubat, 6-mercaptopurine (6-MP), terhadap masa pengurangan penyakit leukemia. Satu sampel bersaiz $n = 21$ pesakit leukemia telah dirawat dengan 6-MP dan masa pengurangan penyakit telah dicatat. Terdapat seramai $r = 9$ pesakit yang dicatat masa pengurangan dicerap dan 12 pesakit selebihnya dicatat masa tertapis.

Sebagai kawalan, 21 orang pesakit leukemia yang lain tidak diberi ubat 6-MP tersebut. Di dalam kes ini, semua masa pengurangan penyakit telah diperolehi. Anggaran fungsi mandiri bagi kedua-dua kes ini diberi seperti berikut. ('Status' = 1 bermaksud data yang dicerap dan 'Status' = 2 bermaksud data tertapis.)

Dapatkan penganggar fungsi survivor, $\hat{S}(20)$ bagi kedua-dua kes. Nyatakan kesimpulan yang boleh dibuat mengenai kesan ubat 6-MP terhadap 'survival', iaitu pengurangan penyakit leukemia sehingga 20 minggu.

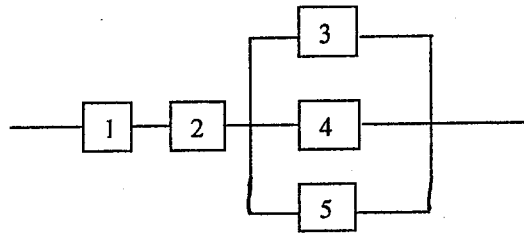
[20 markah]

Factor GROUP = ubat

Factor GROUP = tanpa ubat

Time	Status	Cumulative Survival	Std Error	Time	Status	Cumulative Survival	Std Error
6.00	1.00			1.00	1.00		
6.00	1.00			1.00	1.00	.9048	.0641
6.00	1.00	.8571	.0764	2.00	1.00		
6.00	2.00			2.00	1.00	.8095	.0857
7.00	1.00	.8067	0.0869	3.00	1.00	.7619	.0929
9.00	2.00			4.00	1.00		
10.00	1.00	.7529	.0963	4.00	1.00	.6667	.1029
10.00	2.00			5.00	1.00		
11.00	2.00			5.00	1.00	.5714	.1080
13.00	1.00	.6902	0.1068	8.00	1.00		
16.00	1.00	.6275	0.1141	8.00	1.00		
17.00	2.00			8.00	1.00		
19.00	2.00			8.00	1.00	.3810	.1060
20.00	2.00			11.00	1.00		
22.00	1.00	.5378	.1282	11.00	1.00	.2857	.0986
23.00	1.00	.4482	.1346	12.00	1.00		
25.00	2.00			12.00	1.00	.1905	.0857
32.00	2.00			15.00	1.00	.1429	.0764
32.00	2.00			17.00	1.00	.0952	.0641
34.00	2.00			22.00	1.00	.0476	.0465
35.00	2.00			23.00	1.00	.0000	.0000

4. (a) Pertimbangkan sistem berikut:



- (i) Dapatkan set laluan minimal bagi sistem ini.
- (ii) Dapatkan fungsi struktur bagi sistem ini, dan seterusnya dapatkan fungsi kebolehpercayaan sistem jika $P(\text{komponen ke-}i \text{ berfungsi}) = p, i = 1, \dots, 5$.
- (iii) Salah satu set laluan bagi sistem ini ialah $\{ 1, 2, 3, 5 \}$. Tunjukkan bahawa set laluan ini bukan satu set laluan minimal.
- (iv) Dapatkan batas bawah dan batas atas fungsi kebolehpercayaan ini dengan menggunakan set laluan minimal. Bandingkan batas-batas yang diperoleh jika $p = 0.2$ dan $p = 0.6$. Dapatkan juga kebolehpercayaan tepatnya.

[50 markah]

- (b) Andaikan T_1 dan T_2 menandakan masa hayat 2 komponen bagi suatu sistem, dan T_i bertaburan secara eksponen (λ_i), $i = 1, 2$, dan tak bersandar.

- i. Jika dua komponen ini disusun bersiri, dan $\lambda_1 = \lambda_2 = 1/100$, dapatkan kebolehpercayaan sistem tersebut pada masa $t = 20$. Dapatkan min masa kegagalan (MTTF) untuk sistem ini.
- ii. Bandingkan jawapan bagi di Bahagian (i) dengan suatu sistem yang mempunyai komponen disusun selari.
- iii. Lukiskan gambarajah blok yang berkaitan dengan limpahan pada aras komponen dan limpahan pada aras sistem bagi sistem di Bahagian (i). Dapatkan fungsi kebolehpercayaan bagi kedua-dua limpahan ini.

[50 markah]

- 000 O 000 -