
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2006/2007

April 2007

MSS 318 – MATEMATIK DISKRET

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

[Arahan: Jawab semua empat [4] soalan.]

...2/-

1. (a) In any set of $n+2$ positive integers, show that there are two integers such that their sum or difference is divisible by $2n$.
- (b) Let m be an odd positive integer. Prove that there exists a positive integer n such that m divides $2^n - 1$.
- (c) Using the inclusion-exclusion principle, compute the number of integers from 1 to 210 that are divisible by any one of the integers 2, 3, 5 and 7.
- (d) Twenty people went to a fruit stall which sells three different kinds of fruits. It was found that 5 of them bought apples, 8 bought oranges and 6 bought bananas. If 3 of them bought all the three fruits, how many of them did not buy any fruits?
- [25 marks]
2. (a) Let A and B be two sets with n, m elements respectively. Find the number of different functions from A to B .
- (b) Given n different type of elements, find the number of k -arrangements of these objects without regard to order.
- (c) Let D_n denotes the number of derangements of n different objects. Give a combinatorial proof of the identity

$$D_n = (n-1)[D_{n-1} + D_{n-2}] \quad (n \geq 3).$$
- (d) In how many ways can 10 like objects be divided among 4 people such that every one gets at least one object?
- [25 marks]
3. (a) The **Fibonacci numbers** $F(n)$ satisfy the recurrence relation
 $F(n+2) = F(n+1) + F(n), \quad F(0) = 0, F(1) = 1.$
 Solve this recurrence relation by solving the corresponding auxiliary equation.
- (b) Solve the recurrence relation in (a) by finding the generating function for $F(n)$.
- (c) Find a particular solution of the equation $a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 2^n$ by the method of undetermined coefficient.
- [25 marks]

1. (a) Untuk sebarang set $n+2$ positif integer, tunjukkan bahawa terdapat dua integer supaya penambahan atau penolakan mereka terbahagi oleh $2n$.
- (b) Andaikan m adalah suatu integer genap positif. Buktikan bahawa wujudnya suatu integer positif n supaya m membahagi $2^n - 1$.
- (c) Menggunakan prinsip kemasukan-penolakan, kira bilangan integer dari 1 hingga 210 yang terbahagi oleh salah satu daripada integer 2, 3, 5 dan 7.
- (d) Dua puluh orang pergi ke gerai buah-buahan yang berbeza. Hasilnya, 5 orang membeli epal, 8 orang membeli oren dan 6 orang membeli pisang. Jika 3 daripada mereka membeli semua buah-buahan, berapa orang tidak membeli sebarang buah-buahan?

[25 markah]

2. (a) Andaikan A dan B adalah dua set dengan n dan m unsur. Cari bilangan fungsi berbeza dari A ke B .
- (b) Diberi n jenis unsur berbeza, cari bilangan k -penyusunan untuk semua unsur ini tanpa mengikut tertib.
- (c) Andai D_n menandakan bilangan ketidak-aturan bagi n objek berbeza. Berikan bukti kombinatorik untuk identiti

$$D_n = (n-1)[D_{n-1} + D_{n-2}] \quad (n \geq 3).$$
- (d) Beberapa carakah 10 objek serupa dapat dibahagikan kepada 4 orang supaya setiap seorang memperoleh sekurang-kurangnya satu objek?

[25 markah]

3. (a) Nombor Fibonacci $F(n)$ memenuhi hubungan jadi semula
 $F(n+2) = F(n+1) + F(n), \quad F(0) = 0, F(1) = 1.$
 Selesaikan bubungan jadi semula ini menggunakan persamaan bantu yang sesuai.
- (b) Selesaikan hubungan jadi semula ini (a) dengan mencari fungsi penjana bagi $F(n)$.
- (c) Cari penyelesaian bagi persamaan $a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 2^n$ dengan menggunakan kaedah pekali tak tentu.

[25 markah]

4. (a) *Andaikan G suatu graf dengan n bucu dan e sisi. Tunjukkan bahawa G adalah pokok jika dan hanya jika G terkait dan $e=n-1$.*
- (b) *Dengan menggunakan aruhan pada f dan keputusan (a), tunjukkan bahawa $f=e-n+2$ untuk sebarang graf G satah terkait dengan n bucu, e sisi dan f rantau.*
- (c) *Menggunakan keputusan (b), tunjukkan bahawa terdapat suatu bucu dengan darjah 5 atau kurang bagi sebarang graf satah ringkas..*
- (d) *Menggunakan keputusan (c), tunjukkan bahawa bucu graf satah, ringkas dan terkait dapat diwarnakan dengan paling banyak 6 warna supaya bucu bersebelahan menerima warna berbeza.*

[25 markah]

- 000 O 000 -