
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
Academic Session 2005/2006

April/May 2006

MSS 318 – Discrete Mathematics
[Matematik Diskrit]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini].

Instruction: Answer **all eight** [8] questions.

Arahan: Jawab **semua lapar** [8] soalan].

Calculators are not allowed.

[Tidak dibenarkan menggunakan mesinkira].

1. State whether each the following statements is TRUE or FALSE:

- (a) $2 \in A \cup B$ implies that if $2 \notin A$ then $2 \in B$.
- (b) $\{2, 3\} \subseteq A \cup B$ implies that if $\{2, 3\} \cap A = \emptyset$ then $\{2, 3\} \subseteq B$.
- (c) $A \cap B \supseteq \{2, 3\}$ implies that $\{2, 3\} \subseteq A$ and $\{2, 3\} \subseteq B$.
- (d) $A \setminus B \supseteq \{3\}$ and $\{2\} \subseteq B$ implies that $\{2, 3\} \subseteq A \cup B$.
- (e) $\{2\} \in A$ and $\{3\} \in A$ implies that $\{2, 3\} \subseteq A$.

[5 marks]

1. Nyatakan sama ada setiap pernyataan berikut BENAR atau PALSU:

- (a) $2 \in A \cup B$ mengimplikasikan bahawa jika $2 \notin A$ maka $2 \in B$.
- (b) $\{2, 3\} \subseteq A \cup B$ mengimplikasikan bahawa jika $\{2, 3\} \cap A = \emptyset$ maka $\{2, 3\} \subseteq B$.
- (c) $A \cap B \supseteq \{2, 3\}$ mengimplikasikan bahawa $\{2, 3\} \subseteq A$ dan $\{2, 3\} \subseteq B$.
- (d) $A \setminus B \supseteq \{3\}$ dan $\{2\} \subseteq B$ mengimplikasikan bahawa $\{2, 3\} \subseteq A \cup B$.
- (e) $\{2\} \in A$ dan $\{3\} \in A$ mengimplikasikan bahawa $\{2, 3\} \subseteq A$.

[5 markah]

- 2. (a) Write the statement $(\neg p \vee q) \rightarrow (r \vee \neg q)$ as a statement using only $\neg$ and $\wedge$.
- (b) Write the statement $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)) \wedge \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$ as a statement using only $\neg$ and $\vee$.

[2+3=5 marks]

- 2. (a) Tuliskan pernyataan $(\neg p \vee q) \rightarrow (r \vee \neg q)$ sebagai suatu pernyataan dengan hanya menggunakan $\neg$ dan $\wedge$.
- (b) Tuliskan pernyataan $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)) \wedge \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$ sebagai suatu pernyataan dengan hanya menggunakan $\neg$ dan $\vee$.

[2+3=5 markah]

3. Let $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ be the generating function for the sequence (a_n) . Write the generating function for each of the following sequence in terms of $f(x)$:

- (a) (b_n) where $b_n = a_{n+2}$ for all $n \geq 0$.
- (b) (b_n) where $b_n = a_{n-2}$ for all $n \geq 2$, and $b_0 = b_1 = 0$.
- (c) (b_n) where $b_n = na_n$ for all $n \geq 0$.

[4+4+6=14 marks]

.../3-

3. Biar $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ merupakan fungsi penjana bagi jujukan (a_n) . Tuliskan fungsi penjana bagi setiap jujukan berikut dalam sebutan $f(x)$:

- (a) (b_n) di mana $b_n = a_{n+2}$ untuk setiap $n \geq 0$.
- (b) (b_n) di mana $b_n = a_{n-2}$ untuk setiap $n \geq 2$, dan $b_0 = b_1 = 0$.
- (c) (b_n) di mana $b_n = na_n$ untuk setiap $n \geq 0$.

[4+4+6=14 markah]

4. (a) Solve the following recurrence using the characteristic roots:
 $a_n - 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 0$ for $n \geq 2$, and $a_0 = a_1 = 1$.
- (b) Find the recurrence relation for the sequence (a_n) whose generating function is $f(x) = (1-x)/(1-3x-x^2+x^3)$.
- (c) Given the recurrence relation: $x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2} + n$ for $n \geq 2$, and $x_0 = 1; x_1 = 2$. Find the solution for the recurrence relation by using the generating function of (x_n) .

[5+6+8=19 marks]

4. (a) Selesaikan persamaan jadisemula berikut dengan menggunakan punca-punca ciriannya:
 $a_n - 3a_{n-1} - 4a_{n-2} = 0$ bagi $n \geq 2$, dan $a_0 = a_1 = 1$.
- (b) Cari hubungan jadisemula bagi jujukan (a_n) dengan fungsi penjana $f(x) = (1-x)/(1-3x-x^2+x^3)$.
- (c) Diberikan hubungan jadisemula: $x_n = 2x_{n-1} - x_{n-2} + n$ bagi $n \geq 2$, dan $x_0 = 1; x_1 = 2$. Cari penyelesaian bagi hubungan jadisemula ini dengan menggunakan fungsi penjana bagi (x_n) .

[5+6+8=19 markah]

5. Consider the collection $\mathcal{F}$ of one-to-one and onto functions

$$f: \{1, 2, 3, \dots, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 8\}.$$

- (a) How many of the functions in $\mathcal{F}$ satisfy $f(n) = n$ for every even n ?
- (b) How many of the functions in $\mathcal{F}$ satisfy $f(n) = n$ for every even n and $f(n) \neq n$ for every odd n ?
- (c) How many of the functions in $\mathcal{F}$ satisfy $f(n) = n$ for precisely three out of the eight values of n ?

[3+6+6=15 marks]

.../4-

5. Pertimbangkan $\mathcal{F}$ himpunan fungsi-fungsi satu-ke-satu dan keseluruhan $f: \{1, 2, 3, \dots, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 8\}$.
- Berapakah bilangan fungsi-fungsi dalam $\mathcal{F}$ yang memenuhi syarat $f(n) = n$ bagi setiap nombor genap n ?
 - Berapakah bilangan fungsi-fungsi dalam $\mathcal{F}$ yang memenuhi syarat $f(n) = n$ bagi setiap nombor genap n dan $f(n) \neq n$ bagi setiap no ganjil n ?
 - Berapakah bilangan fungsi-fungsi dalam $\mathcal{F}$ yang memenuhi syarat $f(n) = n$ bagi tepat tiga daripada lapan nilai-nilai bagi n ?
- [3+6+6=15 markah]
6. A library wants to buy books of 6 subjects: mathematics, physics, biology, chemistry, art, and linguistics. How many ways are there to buy 12 books:
- if no restriction is imposed
 - if at least 1 of each type is required
 - if not more than 2 linguistics books is allowed
- [15 marks]
6. Suatu perpustakaan ingin membeli buku-buku dalam 6 matapelajaran: matematik, fizik, biologi, kimia, lukisan, dan linguistik. Berapakah bilangan cara yang berlainan untuk membeli 12 buah buku:
- jika tiada syarat dikenakan.
 - jika sekurang-kurangnya 1 buku dari setiap matapelajaran diperlukan.
 - jika mereka tidak dibenarkan membeli lebih dari 2 buah buku linguistik.
- [15 markah]
7. Let S be the set of all 4-digit numbers that contain the digit 7 somewhere. (Numbers can start with 0, and thus 0007 is an element of S .)
- Determine $|S|$ by counting the number of all possible 4-digit numbers minus the number of those that do not contain 7.
 - Determine $|S|$ by counting the set of numbers where the first 7 occurs in the first digit, where the first 7 appears as the second digit, where the first 7 appears as the third digit, and where the first 7 appears as the last digit.
 - Determine $|S|$ by counting the number of 4-digit numbers with exactly one 7, with exactly two 7's, with exactly three 7's, with exactly four 7's.
 - Justify in each case above that the counting method is correct by arguing that you did not over count nor miss any counting.
- [12 marks]

7. Biar S mewakili set semua nombor 4-digit yang mempunyai sekurang-kurangnya satu digit 7 di dalamnya.

(Nombor-nombor boleh mula dengan 0, dengan iaitu 0007 merupakan suatu unsur dalam S .)

- Tentukan $|S|$ dengan menghitung bilangan semua nombor 4-digit tolak bilangan nombor yang tidak mempunyai digit 7 di dalamnya.
- Tentukan $|S|$ dengan menghitung set dengan nombor-nombor di mana digit 7 yang di dalamnya berada sebagai digit pertama, kemudian sebagai digit ke dua, kemudian sebagai digit ketiga, dan akhirnya sebagai digit terakhir.
- Tentukan $|S|$ dengan menghitung bilangan nombor 4-digit yang mempunyai tepat satu digit 7, tepat dua digit 7, tepat tiga digit 7, dan tepat empat digit 7.
- Dalam setiap kes di atas, bincangkan mengenai ketepatan kaedah hitungan anda dengan menunjukkan bahawa anda tidak terlupa atau terlebih menghitung sesuatu.

[12 markah]

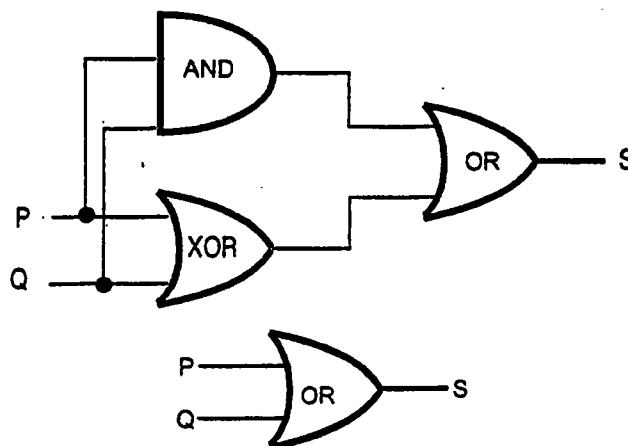
8. (a) Suppose the truth table for a Boolean expression is specified by the following correspondence $(p, q, r) \rightarrow s$ where:

$(0, 0, 0) \rightarrow 0$	$(1, 0, 0) \rightarrow 1$
$(0, 0, 1) \rightarrow 1$	$(1, 0, 1) \rightarrow 0$
$(0, 1, 0) \rightarrow 0$	$(1, 1, 0) \rightarrow 0$
$(0, 1, 1) \rightarrow 1$	$(1, 1, 1) \rightarrow 1$

Find the Boolean function equal to s , and write your function in the simplest form.

- Design a circuit that represents the Boolean function f where $f(p, q, r) = 0$ if and only if $(p, q, r) = (0, 0, 0)$ or $(p, q, r) = (1, 1, 1)$.
- Show that the following two circuits represent the same Boolean function:

[15 marks]



.../6-

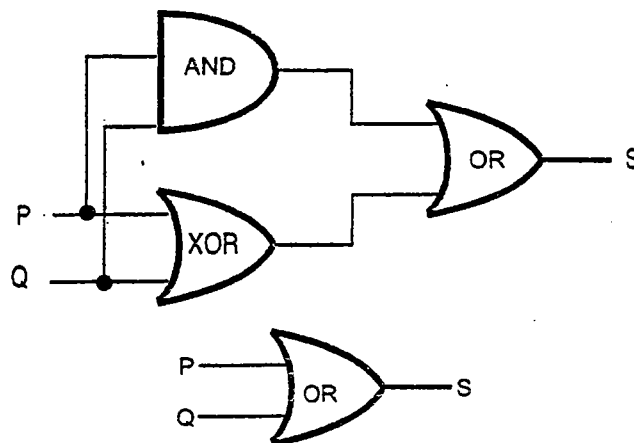
8. (a) Andaikan jadual kebenaran bagi suatu kenyataan Boolean diberikan sebagai kaitan $(p, q, r) \rightarrow s$ di mana:

$(0, 0, 0) \rightarrow 0$	$(1, 0, 0) \rightarrow 1$
$(0, 0, 1) \rightarrow 1$	$(1, 0, 1) \rightarrow 0$
$(0, 1, 0) \rightarrow 0$	$(1, 1, 0) \rightarrow 0$
$(0, 1, 1) \rightarrow 1$	$(1, 1, 1) \rightarrow 1$

Cari fungsi Boolean yang bersamaan dengan s , dan tuliskan fungsi and adalah bentuk yang paling ringkas.

- (b) Bentukkan suatu litar yang mempamerkan fungsi Boolean f di mana $f(p, q, r) = 0$ jika dan hanya jika $(p, q, r) = (0, 0, 0)$ atau $(p, q, r) = (1, 1, 1)$.
- (c) Tunjukkan bahawa kedua-dua litar berikut mewakili fungsi Boolean yang sama.

[15 markah]



- 000 0 000 -