
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2006/2007

April 2007

MSS 301 - ANALISIS KOMPLEKS

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua empat** soalan.

...2/-

1. (a) Prove that the real part of the function $f(z)=(1+z)/(1-z)$ is positive if and only if $|z|<1$.

[10 marks]

- (b) Show that the roots of the equation $(z+1)^n + z^n = 0$ lie on a straight line. Find the equation of the line.

[5 marks]

- (c) If $\omega \neq 1$ and $\omega^n = 1$, show that $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1} = 0$, and hence

$$\sum_{k=0}^{n-1} |z + \omega^k w|^2 = n(|z|^2 + |w|^2).$$

[10 marks]

2. (a) Check whether the function $f(z)$ defined by

$$f(z) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & (z = (x, y) \neq 0) \\ 0 & (z = 0) \end{cases}$$

is continuous at $z=0$?

[5 marks]

- (b) Does the function $f(z)$ given by $f(z) = \sqrt{|xy|}$ satisfy Cauchy-Riemann equations at $z=0$? Is it differentiable at $z=0$?

[10 marks]

- (c) If $f(z)$ is analytic in a domain D , then show that

$$\nabla^2 |f(z)|^2 = 4 |f'(z)|^2.$$

[10 marks]

...3/-

1. (a) Buktikan bahawa bahagian nyata fungsi $f(z)=(1+z)/(1-z)$ adalah positif jika dan hanya jika $|z|<1$.

[10 markah]

- (b) Tunjukkan bahawa punca persamaan $(z+1)^n + z^n = 0$ terletak pada suatu garis lurus. Cari persamaan ini.

[5 markah]

- (c) Jika $\omega \neq 1$ dan $\omega^n = 1$, tunjukkan bahawa $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1} = 0$, dan

$$\sum_{k=0}^{n-1} |z + \omega^k w|^2 = n(|z|^2 + |w|^2).$$

[10 markah]

2. (a) Periksa samada fungsi $f(z)$ yang ditakrifkan oleh

$$f(z) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2} & (z = (x, y) \neq 0) \\ 0 & (z = 0) \end{cases}$$

selanjar pada $z=0$?

[5 markah]

- (b) Adakah fungsi $f(z)$ diberi $f(z) = \sqrt{|xy|}$ memenuhi persamaan Cauchy-Riemann pada $z=0$? Adakah ia terbezakan pada $z=0$?

[10 markah]

- (c) Jika $f(z)$ analisis dalam suatu domain D , tunjukkan bahawa

$$\nabla^2 |f(z)|^2 = 4 |f'(z)|^2.$$

[10 markah]

...4/-