

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2014/2015 Academic Session

December 2014/January 2015

**MAT 282 – Engineering Computation 1**  
***[Pengiraan Kejuruteraan I]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all four** [4] questions.

**Arahan:** Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. (a) Find the value of  $x$  if  $x^3 = 20$  using Secant method with three iterations, where  $x_0 = 4$  and  $x_1 = 5.5$ .

[20 marks]

- (b) Find the value of  $x$  if  $x^3 = 20$  using Newton-Raphson method with three iterations, where  $x_0 = 3.0$ .

[20 marks]

- (c) Show that  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$  has a root in  $[1,2]$  and use the Bisection method to determine an approximation to the root that is accurate to at least within  $10^{-4}$ .

[40 marks]

- (d) Show that the iteration equation for the Secant method can be written in the following form:

$$p_n = \frac{f(p_{n-1})p_{n-2} - f(p_{n-2})p_{n-1}}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$$

[20 marks]

1. (a) Dapatkan nilai  $x$  sekiranya  $x^3 = 20$  menggunakan Kaedah Sekan dengan tiga lelaran, di mana  $x_0 = 4$  dan  $x_1 = 5.5$ .

[20 markah]

- (b) Dapatkan nilai  $x$  sekiranya  $x^3 = 20$  menggunakan Kaedah Newton Raphson dengan tiga lelaran, di mana  $x_0 = 3.0$ .

[20 markah]

- (c) Tunjukkan  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10 = 0$  mempunyai punca dalam selang  $[1,2]$  dan gunakan kaedah separuh selang untuk mendapatkan anggaran nilai punca yang tepat sehingga  $10^{-4}$ .

[40 markah]

- (d) Tunjukkan persamaan lelaran untuk Kaedah Sekan boleh di tulis dalam bentuk:

$$p_n = \frac{f(p_{n-1})p_{n-2} - f(p_{n-2})p_{n-1}}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})}$$

[20 markah]

2. (a) Solve the system of equation by Gauss-Seidel method:

$$\begin{aligned} 28x + 4y - z &= 32 \\ 4x + 3y + 10z &= 24 \\ 2x + 17y + 4z &= 35 \end{aligned}$$

[50 marks]

- (b) Find the solution of  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  of  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 14 \\ 2 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}$  by using LU decomposition method.

[50 marks]

2. (a) *Selesaikan sistem persamaan berikut dengan kaedah Gauss-Seidel:*

$$\begin{aligned} 28x + 4y - z &= 32 \\ 4x + 3y + 10z &= 24 \\ 2x + 17y + 4z &= 35 \end{aligned}$$

[50 markah]

- (b) *Dapatkan penyelesaian bagi  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  of  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 14 \\ 2 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}$  dengan menggunakan kaedah penguraian LU.*

[50 markah]

3. (a) Let  $f(x) = \sqrt{x}$ .

- (i) Compute the second degree interpolating polynomial,  $P_2(x)$ , for  $f(x)$  using the points  $x_1 = 1, x_2 = 2.25$  and  $x_3 = 4$ .
- (ii) Evaluate  $P_2(2)$  and use the interpolation error theorem to estimate the error in this approximation of  $\sqrt{2}$ .
- (iii) Compute the actual error and compare with the estimated error in part 3a(ii).

[40 marks]

(b) The following data is given:

| $x_i$ | $f(x_i)$ |
|-------|----------|
| 1     | 1        |
| 2     | 3        |
| 4     | 6        |
| 6     | 10       |

- (i) Draw the Divided Difference table for the above data.
- (ii) Obtain the Newton's interpolating polynomial of order 2, using the first 3 points in the table.
- (iii) Obtain the Newton's interpolating polynomial of order 3, using the first 4 points in the table.
- (iv) Calculate  $f_2(3)$  and  $f_3(3)$  using the interpolating polynomial of order 2 and 3 obtained in parts 3b(ii) and 3b(iii). Compute the estimated error of  $f_2(3)$ .
- (v) Obtain the Newton's interpolating polynomial of order 3 of the inverse function of  $f(x)$ , and determine the value of  $x$  that corresponds to  $f(x) = 4$ .

[60 marks]

3. (a) Biar  $f(x) = \sqrt{x}$ .

- (i) Hitungkan interpolasi polynomial peringkat dua,  $P_2(x)$ , untuk  $f(x)$  menggunakan titik-titik  $x_1 = 1, x_2 = 2.25$  dan  $x_3 = 4$ .
- (ii) Nilaikan  $P_2(2)$  dan gunakan teorem ralat interpolasi bagi menganggarkan ralat untuk penghampiran  $\sqrt{2}$ .
- (iii) Kirakan ralat sebenar dan bandingkan dengan ralat anggaran dari bahagian 3a(ii).

[40 markah]

(b) Data-data berikut diberikan:

| $x_i$ | $f(x_i)$ |
|-------|----------|
| 1     | 1        |
| 2     | 3        |
| 4     | 6        |
| 6     | 10       |

- (i) Lukiskan jadual beza terbahagi untuk data di atas.
- (ii) Dapatkan polinomial interpolasi Newton peringkat 2, menggunakan 3 titik pertama dalam jadual.
- (iii) Dapatkan polinomial interpolasi Newton peringkat 3, menggunakan 4 titik pertama dalam jadual.
- (iv) Kirakan  $f_2(3)$  dan  $f_3(3)$  menggunakan interpolasi polinomial peringkat 2 dan 3 dalam bahagian 3b(ii) dan 3b(iii). Dapatkan ralat anggaran bagi  $f_2(3)$ .
- (v) Dapatkan interpolasi polinomial Newton peringkat 3 untuk fungsi songsang bagi  $f(x)$ , dan dapatkan nilai  $x$  yang sejajar dengan  $f(x) = 4$ .

[60 markah]

4. (a) Try the power method on  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  with  $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  and  $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ . Explain the results.

[30 marks]

- (b) Use Simpson's rule with seven ordinates to determine and approximate  $I = \int_0^{0.5} \sqrt{0.25 - x^2}$  carrying 3 decimal places in the working. The exact value of  $I$  is  $\frac{\pi}{16} \cong 0.196$ . Calculate the percentage of error in your approximation to  $I$ . Explain clearly the sources of error in the approximation and indicate how the accuracy could be improved.

[50 marks]

- (c) Use the following data to estimate  $\int_1^4 f(x)dx$  using the trapezium rule.

|        |      |      |      |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x$    | 1.0  | 1.5  | 2.0  | 2.5  | 3.0  | 3.5  | 4.0  |
| $f(x)$ | 0.00 | 0.41 | 0.69 | 0.92 | 1.10 | 1.25 | 1.39 |

[20 marks]

4. (a) Cuba kaedah kuasa pada matriks  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  dengan  $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  dan  $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ . Jelaskan keputusan anda.

[30 markah]

- (b) Gunakan kaedah petua Simpson dengan tujuh ordinat bagi menentukan dan menganggarkan  $I = \int_0^{0.5} \sqrt{0.25 - x^2}$  sehingga 3 tempat perpuluhan dalam pengiraan. Nilai sebenar  $I$  adalah  $\frac{\pi}{16} \cong 0.196$ . Kirakan peratus ralat dalam anggaran untuk  $I$ . Jelaskan secara terperinci punca ralat dalam anggaran dan terangkan bagaimana ketepatan dapat dipertingkatkan.

[50 markah]

- (c) Gunakan data berikut untuk menganggarkan  $\int_1^4 f(x)dx$  menggunakan kaedah Trapezium.

|        |      |      |      |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x$    | 1.0  | 1.5  | 2.0  | 2.5  | 3.0  | 3.5  | 4.0  |
| $f(x)$ | 0.00 | 0.41 | 0.69 | 0.92 | 1.10 | 1.25 | 1.39 |

[20 markah]