
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2014/2015 Academic Session

June 2015

MSG 356 - Mathematical Programming
[Pengaturcaraan Matematik]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **FIVE** (5) questions.

Arahan: Jawab **LIMA** (5) soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Box Clever designs and manufactures crates according to specifications given by their customers. One customer, Clawsome Catitude, wants Box Clever to design a rectangular cat box with the following characteristics:
- The volume of the box must be at least 12 cubic feet.
 - The height of the box cannot exceed 2 feet.
 - The length cannot exceed the depth by more than 1 foot.
 - The material used for the top, bottom, sides and back of the box must be molded plastic.
 - The front of the box must be made of wire mesh for ventilation.

The molded plastic costs 50 cents per square foot, while the wire mesh costs 30 cents per square foot. Formulate an NLP that helps Box Clever produce the cat boxes at minimum cost.

- (b) (i) What is the main difference between LPs and NLPs?
(ii) Give an example of an NLP.
- (c) Consider the following function

$$f(x) = x + \cos(x).$$

- (i) Determine the convexity of $f(x)$, $x \in [0, \pi]$.
(ii) Find and classify all critical points of $f(x)$, $x \in [0, \pi]$.

[25 marks]

1. (a) *Box Clever membuat kotak mengikut spesifikasi yang diberikan oleh pelanggan mereka. Salah satu pelanggan, Clawsome Catitude, mahu Box Clever mereka bentuk kotak untuk kegunaan kucing dengan ciri-ciri berikut:*

- *Isipadu kotak tidak kurang daripada 12 kaki padu.*
- *Ketinggian kotak tidak lebih daripada 2 kaki.*
- *Panjang kotak tidak boleh melebihi 1 kaki lebih daripada kedalaman kotak.*
- *Bahagian atas, bawah, sisi dan belakang kotak mesti dibuat menggunakan plastik.*
- *Bahagian hadapan kotak mesti dibuat daripada dawai “mesh” untuk peredaran udara.*

Kos plastik adalah 50 sen bagi setiap kaki persegi, manakala dawai “mesh” berharga 30 sen bagi setiap kaki persegi. Rumuskan suatu model PTL untuk membantu Box Clever menghasilkan kotak dengan menggunakan kos yang minimum.

- (b) (i) Apakah perbezaan utama antara model PL dan model PTL?
- (ii) Berikan satu contoh model PTL.
- (c) Pertimbangkan fungsi berikut

$$f(x) = x + \cos(x)$$

- (i) Tentukan kecembungan $f(x)$, $x \in [0, \pi]$.
- (ii) Cari dan kategorikan semua titik genting bagi $f(x)$, $x \in [0, \pi]$.

[25 markah]

2. Consider the following NLP

$$\begin{array}{ll} \text{maximise} & z = 6x + 2xy - 2y - 2x^2 - y^2 \\ \text{subject to} & \\ & x, y \in \mathbb{R}. \end{array}$$

- (a) Solve the NLP analytically.
- (b) Solve the NLP using the Steepest Ascent Method $((\bar{x}, \bar{y}) = (0, 0), \varepsilon = 1.5)$.
- (c) What can you infer when you compare the results from (a) and (b)?

[25 marks]

2. Pertimbangkan model PTL berikut

$$\begin{array}{ll} \text{memaksimumkan} & z = 6x + 2xy - 2y - 2x^2 - y^2 \\ \text{terhadap} & \\ & x, y \in \mathbb{R}. \end{array}$$

- (a) Selesaikan PTL tersebut menggunakan kaedah analitik.
- (b) Selesaikan PTL tersebut menggunakan Kaedah Pendakian Tercuram $((\bar{x}, \bar{y}) = (0, 0), \varepsilon = 1.5)$.
- (c) Apakah kesimpulan yang boleh dibuat apabila anda membandingkan keputusan yang didapati daripada penyelesaian soalan (a) dan (b)?

[25 marks]

3. Consider the following Quadratic Program

maximise $z = 15x_1 + 30x_2 + 4x_1x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$

subject to

$$x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (a) Solve the Quadratic Program using Wolfe's Method.
 (b) Show that the solution obtained in (a) is optimal for the Quadratic Program.

[25 marks]

3. *Pertimbangkan model Pengaturcaraan Kuadratik berikut*

memaksimumkan $z = 15x_1 + 30x_2 + 4x_1x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$

terhadap

$$x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

- (a) *Selesaikan model Pengaturcaraan Kuadratik tersebut menggunakan Kaedah Wolfe.*
 (b) *Tunjukkan bahawa penyelesaian kepada soalan (a) adalah optimum bagi model Pengaturcaraan Kuadratik tersebut.*

[25 markah]

4. Consider the following NLP

$$\text{maximise} \quad z = 20x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Use the Separable Programming technique to formulate an approximating problem for the NLP. Use the information in the following table (for $i \in \{1, 2, 3\}$).

r	1	2	3	4	5	6
p_{ir}	0	1	2	3	4	5

[10 marks]

4. *Pertimbangkan model PTL berikut*

$$\text{memaksimumkan} \quad z = 20x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

terhadap

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Gunakan kaedah Pengaturcaraan Terpisah untuk merumus masalah anggaran bagi model PTL tersebut. Gunakan maklumat di dalam jadual berikut ($i \in \{1, 2, 3\}$).

r	1	2	3	4	5	6
p_{ir}	0	1	2	3	4	5

[10 markah]

5. A student at PPSM USM has seven days until final exams begin for the four courses that she is taking. The student wants to allocate her study time as effectively as possible. She needs at least one day to study each course. She wants to allocate 1, 2, 3 or 4 days study time for each course. Having recently completed MSG 356, she decides to use dynamic programming to allocate her studying time to maximise the total marks obtained from the four courses. Her estimates for marks obtained with each possible allocation are given in the table below:

Study days	Estimated marks (%)			
	Course			
	Inventory Control	Queuing Systems & Simulation	Network Flows	Linear & Integer Programming
1	60	20	30	50
2	70	40	50	50
3	90	70	60	60
4	90	80	70	90

Determine the optimal allocation of study days for each course and the total marks obtained from that allocation.

[15 marks]

5. Seorang pelajar di PPSM USM mempunyai tujuh hari sehingga peperiksaan akhir bermula untuk keempat-empat subjeknya. Pelajar tersebut mahu memperuntukkan masa belajar dengan cara yang paling berkesan. Dia memerlukan sekurang-kurangnya satu hari bagi setiap subjek, dan mahu memperuntukkan 1, 2, 3 atau 4 hari bagi setiap subjek. Pelajar tersebut baru sahaja mempelajari subjek MSG 356 dan seterusnya mahu menggunakan kaedah Pengaturcaraan Dinamik bagi memperuntukkan masa belajarnya, dan bertujuan memaksimumkan jumlah markah diperolehi daripada keempat-empat subjek. Anggarannya bagi markah yang diperolehi dengan setiap peruntukan yang mungkin diberikan di dalam jadual di bawah:

Hari belajar	Anggaran markah (%)			
	Subjek			
	Kawalan Inventori	Sistem Giliran & Simulasi	Aliran Rangkaian	Pengaturcaraan Linear & Integer
1	60	20	30	50
2	70	40	50	50
3	90	70	60	60
4	90	80	70	90

Tentukan peruntukan yang optimum bagi hari belajar untuk setiap subjek dan jumlah markah diperolehi daripada peruntukan tersebut.

[15 markah]