
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Second Semester Examination
2014/2015 Academic Session

June 2015

MAA 102 – Calculus for Science Student II
[Kalkulus untuk Pelajar Sains II]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **EIGHT** (8) questions.

Arahan: Jawab **LAPAN** (8) soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. Determine whether the following sequences converge or diverge.

$$(a) \left\{ \frac{(n-2)(n+1)}{3n^2} \right\} \qquad (b) \left\{ \frac{(-1)^{n+1} n}{2n+1} \right\}$$

[10 marks]

1. Tentukan sama ada jujukan berikut menumpu atau mencapah.

$$(a) \left\{ \frac{(n-2)(n+1)}{3n^2} \right\} \qquad (b) \left\{ \frac{(-1)^{n+1} n}{2n+1} \right\}$$

[10 markah]

2. Use appropriate test to determine whether the following series converge or diverge.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3 + 1} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 5}{2^{n-1}} \qquad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{2^{n^2}}$$

[15 marks]

2. Guna ujian yang bersesuaian untuk menentukan sama ada siri-siri berikut menumpu atau mencapah.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3 + 1} \qquad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 5}{2^{n-1}} \qquad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{2^{n^2}}$$

[15 markah]

3. Find the interval and radius of convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$.

[13 marks]

3. Cari selang dan jejari penumpuan $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$.

[13 markah]

...3/-

4. Determine whether the following improper integrals converge or diverge.

$$(a) \int_{-3}^1 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx \qquad (b) \int_1^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x}} dx$$

[10 marks]

4. Tentukan sama ada kamiran tak wajar berikut menumpu atau mencapah.

$$(a) \int_{-3}^1 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx \qquad (b) \int_1^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x}} dx$$

[10 markah]

5. A metal plate is heated so that its temperature at a point (x, y) is $T(x, y) = 50y^2 e^{-\frac{1}{5}(x^2+y^2)}$. A bug is placed at the point $(2, 1)$.

- (a) The bug heads toward the direction $\mathbf{r} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$. What is the rate of temperature change in this direction? Is the metal getting colder or hotter in this direction?
- (b) In what direction should the bug head in order to warm up at the fastest rate? What is the rate of temperature change in this direction?
- (c) In what direction should the bug head in order to cool off at the fastest rate? What is the rate of temperature change in this direction?

[14 marks]

5. Satu plat logam dipanaskan sedemikian dengan suhu pada titik (x, y) diberikan oleh $T(x, y) = 50y^2 e^{-\frac{1}{5}(x^2+y^2)}$. Seekor serangga diletakkan pada titik $(2, 1)$.

- (a) Serangga tersebut menuju ke arah $\mathbf{r} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$. Apakah kadar perubahan suhu pada arah ini? Adakah plat logam tersebut semakin sejuk atau panas pada arah ini?
- (b) Apakah arah tuju serangga tersebut supaya dapat memanaskan badan pada kadar yang terpantas? Apakah kadar perubahan suhu pada arah tersebut?
- (c) Apakah arah tuju serangga tersebut supaya dapat menyejukkan badan pada kadar yang terpantas? Apakah kadar perubahan suhu pada arah tersebut?

[14 markah]

...4/-

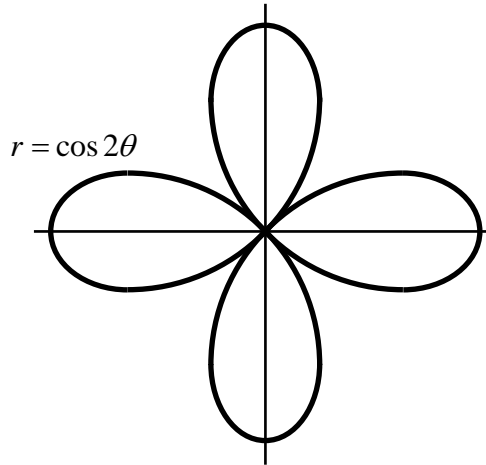
6. (a) The length, width and height of a rectangular box are $\ell = 5$, $w = 2$, and $h = 3$, respectively.
- (i) Find the instantaneous rate of change of the volume of the box with respect to the length if width and height are held constant.
 - (ii) Find the instantaneous rate of change of the volume of the box with respect to the width if length and height are held constant.
 - (iii) Find the instantaneous rate of change of the volume of the box with respect to the height if length and width are held constant.
- (b) Suppose that the portion of a tree that is usable for lumber is a right circular cylinder. If the usable height of a tree increases 2 ft per year and the usable diameter increases 0.25 ft per year, how fast is the volume of usable lumber increasing the instant the usable height of the tree is 20 ft and the usable diameter is 2.5 ft? (Hint: The volume of a right circular cylinder is given by $\pi r^2 h$ where r is the radius and h is the height)

[12 marks]

6. (a) Panjang, lebar dan tinggi sebuah kotak segi empat tepat adalah masing-masing $\ell = 5$, $w = 2$, and $h = 3$.
- (i) Cari kadar perubahan seketika isipadu kotak terhadap panjang jika lebar dan tinggi adalah malar.
 - (ii) Cari kadar perubahan seketika isipadu kotak terhadap lebar jika panjang dan tinggi adalah malar.
 - (iii) Cari kadar perubahan seketika isipadu kotak terhadap tinggi jika panjang dan lebar adalah malar.
- (b) Andaikan bahagian pokok yang boleh digunakan untuk papan adalah dalam bentuk satu silinder tegak. Jika tinggi pokok yang boleh digunakan meningkat 2 kaki setahun dan diameter yang boleh digunakan meningkat 0.25 kaki setahun, berapa cepat peningkatan isipadu kayu yang boleh digunakan apabila tinggi pokok yang boleh digunakan ialah 20 kaki dan diameter yang boleh digunakan ialah 2.5 kaki? (Petunjuk: Isipadu silinder tegak diberikan oleh $\pi r^2 h$ di mana r adalah jejari dan h ialah tinggi)

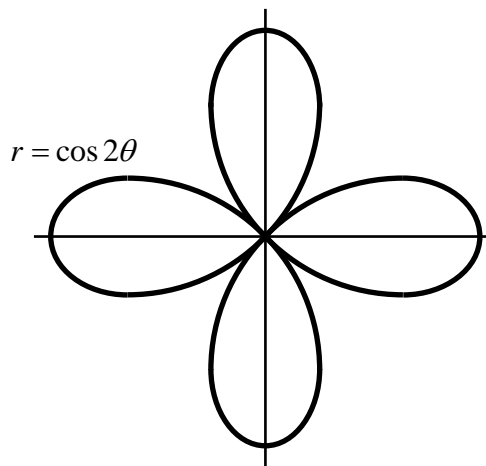
[12 markah]

7. (a) Sketch the region R enclosed between the lines $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$ and $x = -1$. Then evaluate $\iint_R 1 \, dA$ over the region R .
- (b) Use a polar double integral to find the area enclosed by the four-petaled rose $r = \cos 2\theta$ as follows.



[14 marks]

7. (a) *Lakarkan rantau R yang dibatasi garisan $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$ dan $x = -1$. Seterusnya nilaikan $\iint_R 1 \, dA$ pada rantau R tersebut.*
- (b) *Gunakan kamiran polar ganda dua untuk mencari luas kawasan yang dibatasi oleh ros empat kelopak $r = \cos 2\theta$ seperti berikut.*



[14 markah]

...6/-

8. Suppose that 200 fruit flies are placed in a breeding container that can support at most 10,000 flies and that $y = y(t)$ is the number of fruit flies present t hours later. Assuming that the population grows exponentially at a rate of 2 % per day:
- Find an initial-value problem whose solution is $y(t)$.
 - Find a formula for $y(t)$.
 - Sketch the graph of population growth as time $t \rightarrow \infty$.
 - How long will it take for the container to reach capacity?

[12 marks]

8. *Katakan 200 lalat buah diletakkan di dalam bekas pembiakan yang boleh menampung paling banyak 10,000 lalat dan $y = y(t)$ adalah jumlah lalat buah yang ada pada t jam kemudian. Anggapkan bahawa populasi tersebut meningkat dengan pesat pada kadar 2 % setiap hari:*
- Cari suatu masalah nilai awal dengan penyelesaian $y(t)$.*
 - Cari rumus untuk $y(t)$.*
 - Lakarkan graf peningkatan populasi apabila masa $t \rightarrow \infty$.*
 - Berapakah lama masa yang diambil untuk bekas tersebut mencapai kapasiti?*

[12 markah]