

SUATU PENDEKATAN LANGSUNG DAN UNIVERSAL  
MENTAKSIR PRESTASI PROSES

oleh

KHATIJAH SYED AHMAD

Tesis yang diserahkan untuk memenuhi keperluan  
bagi Ijazah Doktor Falsafah

Mei 1998

## PENGHARGAAN

Saya mengucapkan syukur ke hadrat Allah s.w.t. yang telah memberi taufik dan hidayah di sepanjang pengajian saya sehingga selesai penulisan tesis ini.

Saya ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan dan ribuan terima kasih kepada:

Professor Quah Soon Hoe, penyelia saya, atas kesabaran dan nasihat beliau dan juga keyakinan yang diberi kepada saya untuk memilih haluan sendiri.

Professor L.K. Chan, penyelia bersama, dari University of Manitoba, Winnipeg, Kanada, kerana membangkitkan minat saya dalam topik indeks upaya proses setelah ia mengajukan satu masalah tentang indeks  $C_{pm}$ . Walaupun ungkapan masalah tersebut sungguh mudah, tetapi jawapannya tidak sebegitu mudah. Tesis ini merupakan hasil usaha saya mencari jawapan yang memuaskan bagi masalah tersebut dan masalah lain yang berkaitan dengannya.

Professor Hassan Said, bekas Timbalan Naib Canselor (hal ehwal akademik) Universiti Sains Malaysia dan bekas Dekan Pusat Pengajian Sains Matematik kerana kesungguhan beliau menghendaki saya melanjutkan pengajian, walaupun usia saya agak terlanjut, demi masa depan saya dan agar saya dapat memberi sumbangan yang lebih bermakna kepada Pusat Pengajian Sains Matematik.

Y.B. Datuk Professor Ishak Tambi Kechik, Naib Canselor Universiti Sains Malaysia, kerana telah membolehkan segala-galanya tercapai.

Khatijah Syed Ahmad  
Mei 1998

## JADUAL KANDUNGAN

<b>PENGHARGAAN</b>	ii
<b>JADUAL KANDUNGAN</b>	iii
<b>SENARAI RAJAH</b>	vi
<b>SENARAI JADUAL</b>	ix
<b>ABSTRAK</b>	xii
<b>ABSTRACT</b>	xiv
<b>BAB 1</b>	
<b>PENDAHULUAN</b>	
1.1 Indeks Upaya Proses - Tafsiran Dan Penganggarannya	1
1.2 Keputusan Yang Diterbitkan Daripada Sifat Taabiran Indeks Upaya Proses	10
1.3 Pembinaan Indeks Upaya Proses Bagi Taburan Tak Normal	13
1.4 Panduan Tesis Ini	16
<b>BAB 2</b>	
<b>PENDEKATAN BARU BAGI MENTAKSIR PRESTASI PROSES</b>	
2.1 Pendahuluan	21
2.2 Masalah Dalam Pentaksiran Prestasi Proses Dengan Menggunakan Indeks	21

2.3	Pendekatan Baru Bagi Mentaksir Prestasi Proses	24
2.4	Penyukatan Hasil Proses Dengan Menggunakan $C_y$	26
2.5	Penyukatan Pemusatan Proses Dengan Menggunakan $C_t$	29
2.6	Kaedah Penyelidikan	34

### **BAB 3**

#### **TAFSIRAN $C_y$ BAGI TABURAN SIMETRI BERPANDUKAN $\kappa$ DAN $\rho$**

3.1	Pendahuluan	41
3.2	Kaitan Antara Nisbah $\kappa = \delta / \sigma$ Dengan Sifat Lengkung Ketumpatan Di Bahagian Hujung	42
3.3	Sifat Statistik Nisbah $\kappa = \delta / \sigma$	45
3.4	Nilai $\kappa$ Bagi Pelbagai Taburan Selanjar Simetri	46
3.5	Penganggaran $\kappa$ Dan Sifat Taabiran $\hat{\kappa} = \hat{\delta} / \hat{\sigma}$	53
3.6	Ciri-ciri Taburan $\hat{\kappa}_n$ Bagi Taburan Simetri	57
3.7	Penggunaan Nisbah $\rho = R_n / 6\sigma$ Sebagai Petunjuk Kepada Sifat Hujung Lengkung Ketumpatan	62
3.8	Ciri-ciri Taburan $\hat{\rho}_n$ Bagi Lengkung Ketumpatan Simetri	63

### **BAB 4**

#### **TAFSIRAN $C_y$ DAN $C_t$ BAGI TABURAN ASIMETRI BERPANDUKAN $Q$ DAN $\kappa$**

4.1	Pendahuluan	106
4.2	Penyukatan Kepencongan	107
4.3	Prestasi Sukatan Kepencongan Berlainan Bagi Taburan Simetri Terpilih	110
4.4	Prestasi Sukatan Kepencongan Berlainan Bagi Taburan Asimetri Terpilih	112

4.5	Ciri-Ciri Taburan $\hat{Q}$ Bagi Taburan Simetri Dalam Kumpulan 1 Dan Kumpulan 2	114
4.6	Nilai $Q$ dan $\kappa$ Bagi Pelbagai Taburan Asimetri	116
4.7	Ciri-Ciri Taburan $\hat{Q}$ Dan $\hat{\kappa}$ Bagi Taburan Asimetri Terpilih	127

**BAB 5**  
**SIFAT TAABIRAN PENGANGGAR-PENGANGGAR**  
**DALAM TESIS INI**

5.1	Pendahuluan	253
5.2	Sifat Taabiran Penganggar $C_y$	254
5.3	Sifat Taabiran Penganggar $C_t$	257
5.4	Sifat Taabiran Statistik Piawai $Z$	258
5.5	Sifat Kekal (Ketakvarianan) Penganggar-Penganggar Dalam Tesis Ini	261

**BAB 6**  
**KESIMPULAN**

6.1	Pendahuluan	269
6.2	Ringkasan	271
6.3	Kelemahan	274
6.4	Kesimpulan Dan Kajian Masa Depan	276

<b>BAHAN RUJUKAN</b>	278
----------------------	-----

<b>LAMPIRAN</b>	280
-----------------	-----

## SENARAI RAJAH

Rajah 1.1	Indeks $C_p$	18
Rajah 1.2	Contoh proses yang menghasilkan 100% keluaran patuh tetapi mempunyai nilai $C_{pk}^*$ sifar	19
Rajah 1.3	Dua proses dengan nilai $C_{pm}$ yang sama tetapi kadaran produk TP yang jauh berbeza	20
Rajah 2.1	Graf $g(t)$ bagi proses normal dengan nilai $C_{pm} = 1.0$	36
Rajah 2.2	Tiga proses normal $A, B$ dan $C$ masing-masingnya dengan nilai $C_{pm}$ 1, 2 dan 1.26	37
Rajah 2.3	Tiga proses normal berbeza yang mempunyai $C_{pm} = 2.0$	38
Rajah 2.4	Tiga proses normal berbeza yang mempunyai $C_{pm} = 1.0$	39
Rajah 3.1	Dua taburan berbeza yang mempunyai set momen tak terhingga yang sama	66
Rajah 3.2	Empat contoh taburan simetri klasik yang mempunyai min yang sama dan varians yang sama	67
Rajah 3.2a		68
Rajah 3.3	Lengkung ketumpatan bagi taburan seragam dan lengkung normal yang sepadan	69
Rajah 3.4	Lengkung ketumpatan bagi taburan beta(2, 2) dan lengkung normal yang sepadan	69
Rajah 3.5	Lengkung ketumpatan bagi taburan beta(3, 3) dan lengkung normal yang sepadan	70
Rajah 3.6	Lengkung ketumpatan beta( $\alpha, \alpha$ ), $\alpha = 5$ (5) 30	70

Rajah 3.7	Lengkung ketumpatan bagi taburan beta(10, 10) dan lengkung normal yang sepadan	71
Rajah 3.7a		71
Rajah 3.8	Lengkung ketumpatan bagi taburan beta(20, 20) dan lengkung normal yang sepadan	72
Rajah 3.8a		72
Rajah 3.9	Lengkung ketumpatan bagi taburan segitiga simetri dan lengkung normal yang sepadan	73
Rajah 3.10	Lengkung ketumpatan bagi taburan $t(5)$ dan $t(10)$	74
Rajah 3.11	Lengkung ketumpatan bagi taburan $t(20)$ dan lengkung normal yang sepadan	75
Rajah 3.11a		75
Rajah 3.12	Lengkung ketumpatan bagi taburan terpankaskan $t(1)$ dan taburan terpankaskan $t(2)$	76
Rajah 3.13	Lengkung ketumpatan bagi taburan $C05N2$ dan $C05N3$	77
Rajah 3.14	Lengkung ketumpatan bagi taburan $C05N4$ dan $C05N5$	78
Rajah 3.15	Lengkung ketumpatan bagi taburan $C25N2$ dan $C25N3$	79
Rajah 3.16	Lengkung ketumpatan bagi taburan $C25N4$ dan $C25N5$	80
Rajah 4.1	Lengkung ketumpatan gama dengan $\sigma = 1$ dan parameter bentuk yang pelbagai	135
Rajah 4.2	Graf $Q(\alpha)$ bagi taburan gama( $\alpha, \beta$ )	136
Rajah 4.3	Lengkung ketumpatan gama yang dipiawaikan dengan sukatan kepencongan $Q = 0.04$ (0.06) 0.28	136
Rajah 4.4	Lengkung ketumpatan gama dan Rayleigh yang dipiawaikan dengan nilai $Q = 0.12$	137
Rajah 4.5	Lengkung ketumpatan gama dan Gumbel yang dipiawaikan dengan nilai $Q = 0.16$	137
Rajah 4.6	Graf $Q(\alpha)$ bagi taburan Weibull( $\alpha, \beta$ )	138
Rajah 4.7	Lengkung ketumpatan Weibull yang dipiawaikan dengan sukatan kepencongan $Q = 0.04$ (0.06) 0.28	138

Rajah 4.8	Graf $Q(\alpha)$ bagi taburan lognormal( $\alpha, \beta$ )	139
Rajah 4.9	Lengkung ketumpatan lognormal yang dipiawaikan dengan sukatan kepencongan $Q = 0.04$ (0.06) 0.28	139
Rajah 4.10	Lengkung ketumpatan beta(2, $\beta$ ), $\beta = 5$ (5) 20	140
Rajah 4.11	Lengkung ketumpatan beta(5, $\beta$ ), $\beta = 10, 15, 22, 40$	141
Rajah 4.12	Lengkung ketumpatan beta(10, $\beta$ ), $\beta = 15, 25, 50, 100$	142
Rajah 4.13	Graf $Q(\beta)$ bagi taburan beta(2, $\beta$ ), beta(5, $\beta$ ), dan beta(10, $\beta$ )	143
Rajah 4.14	Lengkung ketumpatan beta yang sederhana pendek hujungnya dengan $Q = 0.04$ (0.06) 0.28	144
Rajah 4.15	Lengkung ketumpatan beta yang sederhana panjang hujungnya dengan $Q = 0.04$ (0.06) 0.28	144
Rajah 4.16	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.02$	145
Rajah 4.17	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.06$	145
Rajah 4.18	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.10$	146
Rajah 4.19	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.14$	146
Rajah 4.20	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.18$	147
Rajah 4.21	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.22$	147
Rajah 4.22	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.26$	148
Rajah 4.23	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.28$	148
Rajah 4.24	Lengkung ketumpatan bagi taburan asimetri terpilih dengan sukatan kepencongan $Q = 0.30$	149



## SENARAI JADUAL

Jadual 2.1	Kadaran hasil proses bagi nilai $C_{pm}$ berbeza	40
Jadual 2.2	Nilai $C_{pm}$ , $C_y$ dan $C_t$ bagi enam proses normal berbeza	40
Jadual 3.1	Kebarangkalian hujung bagi taburan simetri klasik yang dipiawaikan, dalam tertib menurun min sisihan mutlak, $\delta$	81
Jadual 3.2	Nisbah $\kappa = \delta/\sigma$ dan kebarangkalian hujung bagi taburan beta simetri dan bagi taburan segitiga simetri	82
Jadual 3.3	Nisbah $\kappa = \delta/\sigma$ dan kebarangkalian hujung bagi taburan- $t$ dengan pelbagai darjah kebebasan	83
Jadual 3.4	Nisbah $\kappa = \delta/\sigma$ dan kebarangkalian hujung bagi taburan normal dengan aras cecairan yang berlainan	84
Jadual 3.5	Kebarangkalian hujung bagi taburan simetri dalam tertib menurun nilai $\kappa$	85
Jadual 3.5a		87
Jadual 3.6	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{\kappa} = \hat{\delta}/\hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 1 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	89
Jadual 3.7	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{\kappa} = \hat{\delta}/\hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 2 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	93
Jadual 3.8	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{\rho} = R/6 \hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 1 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	97
Jadual 3.9	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{\rho} = R/6 \hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 2 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	101

Jadual 3.10	Senarai taburan simetri yang dimasukkan dalam kajian simulasi serta kod dan nilai $\kappa$ masing-masing	105
Jadual 4.1	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{Q}$ , $\hat{Q}_1$ , dan $\hat{Q}_4$ bagi taburan simetri terpilih berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	150
Jadual 4.1a		154
Jadual 4.2	Sukatán kepencongan, $Q$ , $Q_1$ , dan $Q_4$ , bagi taburan gama dengan parameter bentuk yang pelbagai	156
Jadual 4.3	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{Q}$ , $\hat{Q}_1$ , dan $\hat{Q}_4$ bagi taburan gama terpilih berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	157
Jadual 4.3a		161
Jadual 4.4	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{Q} = (\hat{\mu} - \hat{m\grave{e}d})/\hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 1 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	163
Jadual 4.5	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{Q} = (\hat{\mu} - \hat{m\grave{e}d})/\hat{\sigma}$ bagi taburan simetri dalam kumpulan 2 berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	167
Jadual 4.6	Nilai $Q$ dan $\kappa$ , dan kebarangkalian hujung bagi taburan gama dengan parameter bentuk yang pelbagai, bagi taburan Rayleigh dan bagi taburan Gumbel	171
Jadual 4.7	Nilai $Q$ dan $\kappa$ , dan kebarangkalian hujung bagi taburan Weibull dengan parameter bentuk yang pelbagai	172
Jadual 4.8	Nilai $Q$ dan $\kappa$ , dan kebarangkalian hujung bagi taburan lognormal dengan parameter bentuk yang pelbagai	173
Jadual 4.9	Nilai $Q$ dan $\kappa$ , dan kebarangkalian hujung bagi taburan beta( $\alpha$ , $\beta$ ) asimetri	174
Jadual 4.10	Nilai $Q$ dan $\kappa$ , dan kebarangkalian hujung bagi semua taburan asimetri yang dipertimbangkan	181
Jadual 4.10a		189
Jadual 4.11	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{Q} = (\hat{\mu} - \hat{m\grave{e}d})/\hat{\sigma}$ bagi taburan asimetri terpilih berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	191

Jadual 4.12	Kuantil hampir $\hat{Q}$ bagi $Q = 0.00 (0.02) 0.30$	223
Jadual 4.13	Ciri-ciri taburan statistik $\hat{\kappa} = \hat{\delta} / \hat{\sigma}$ bagi taburan asimetri terpilih berdasarkan 10,000 nilai cerapan yang diperoleh melalui simulasi	227
Jadual 4.13a		243
Jadual 4.14	Senarai taburan asimetri yang dimasukkan dalam kajian simulasi, disusun mengikut sukatan kepencongan $Q$ dan disertai nilai $\kappa$ masing-masing	251
Jadual 5.1	Peratusan nilai cerapan statistik $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / S$ yang berada dalam selang $(-1.96, 1.96)$ dan $(-2.00, 2.00)$ berdasarkan 20,000 cerapan daripada beberapa taburan simetri	264
Jadual 5.2	Peratusan nilai cerapan statistik $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / S$ yang berada dalam selang $(-1.96, 1.96)$ dan $(-2.00, 2.00)$ berdasarkan 20,000 cerapan daripada taburan normal cemar	265
Jadual 5.3	Peratusan nilai cerapan statistik $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / S$ yang berada dalam selang $(-1.96, 1.96)$ dan $(-2.00, 2.00)$ berdasarkan 20,000 cerapan daripada beberapa taburan gama asimetri	266
Jadual 5.4	Peratusan nilai cerapan statistik $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / S$ yang berada dalam selang 95% taburan $t(n - 1)$ berdasarkan 20,000 cerapan daripada beberapa taburan simetri	267
Jadual 5.5	Peratusan nilai cerapan statistik $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / S$ yang berada dalam selang 95% taburan $t(n - 1)$ berdasarkan 20,000 cerapan daripada beberapa taburan gama asimetri	268

## ABSTRAK

Kegunaan indeks upaya proses bagi mentaksir prestasi proses telah mencetus minat dan juga kontroversi pada akhir lapan puluhan dan awal sembilan puluhan. Ada pihak yang mengkhawatiri keberkesanannya memandangkan indeks-indeks ini bukan bersifat ketentuan, tetapi sebaliknya bersifat rawak dan dengan demikian tafsirannya bergantung kepada bentuk taburan pendasar. Ada yang skeptis tentang bagaimana satu nombor dapat meringkaskan kelakuan taburan proses dan berjaya menggambarkan sepenuhnya prestasi proses. Ada pula mereka yang dalam keghairahan untuk memperbaiki indeks upaya yang sebelumnya, telah mengubah apa yang pada mulanya merupakan satu indeks mudah kepada pelbagai bentuk lebih rumit yang hanya menambah kekeliruan di kalangan pengamal oleh kerana tafsiran indeks-indeks ini telah menjadi lebih kabur dengan setiap ubahsuaian ke atas indeks asal.

Kita mencadangkan suatu pendekatan yang melaluinya dua kriterion utama bagi mentaksir prestasi proses dipertimbangkan secara berasingan, dan mengesyorkan kegunaan  $C_y$  bagi menyukat *hasil proses* atau kadaran keluaran yang mematuhi selang spesifikasi  $[LSL, USL]$ , dan kegunaan  $C_t$  bagi menyukat *penyasaran proses* atau kedekatan min proses  $\mu$  dengan nilai sasaran  $T$ . Kedua-dua sukatan ini mempunyai tarikan yang intuitif kerana nilai-nilainya dapat diterjemahkan dalam peratusan hasil proses dan jarak relatif  $\mu$  dari  $T$ , masing-masingnya, apabila taburan pendasar diketahui. Selain itu, penganggar tabii  $C_y$  dan  $C_t$  mempunyai sifat takbiran sampel besar yang dapat digunakan secara universal.

Dengan menunjukkan perkaitan rapat antara nisbah  $\kappa = \delta / \sigma$ ,  $\delta$  melambangkan min sisihan mutlak  $X$ , dan kebarangkalian hujung lengkung ketumpatan bagi spektrum

meluas taburan selanjur simetri yang licin dan unimod, kita menawarkan tafsiran  $C_y$  bagi pelbagai lengkung ketumpatan yang berbeza. Satu lagi kuantiti yang memberi petunjuk tentang sifat lengkung ketumpatan di bahagian hujung ialah  $\rho$ , satu kuantiti yang melibatkan julat sampel. Bagi taburan asimetri kita memilih  $Q = (\mu - \text{median}) / \sigma$  daripada dua lagi sukatan kepencongan setelah menjalankan kajian awal ke atas ciri-ciri taburan bagi ketiga-tiganya, dan menunjukkan perkaitan rapat antara kebarangkalian hujung,  $Q$  dan  $\kappa$ .

Dengan menggunakan kuantil ekstrim bagi  $\hat{\kappa}$ ,  $\hat{Q}$  dan  $\hat{\rho}$  yang diperoleh melalui simulasi, kita menunjukkan bagaimana senarai lengkung ketumpatan yang munasabah dapat dikurangkan bagi mendapatkan tafsiran  $C_y$  dan  $C_t$  yang sewajarnya. Untuk kajian masa depan, kita nampak bagaimana pendekatan yang dicadangkan ini dapat digunakan dengan mudah sekali dengan perisian mudah yang akan memilih lengkung ketumpatan munasabah apabila diberi satu set data.

# A DIRECT AND UNIVERSAL APPROACH TO ASSESSING PROCESS PERFORMANCE

## ABSTRACT

The use of process capability indices to assess process performance has stirred interest as well as controversy in the late 80's and early 90's. There are those who doubt their effectiveness since these indices are not deterministic but rather random in nature and hence their interpretation depends on the shape of the underlying distribution. Others are skeptical as to how a single number can effectively summarise the behaviour of a process distribution and fully capture the performance of the process. Others who were enthusiastic about improving previous indices have transformed what began as a simple index into various forms that only serve to increase confusion among practitioners since their interpretation have become more blurred with each modification to the original index.

We propose an approach whereby the two main criteria used to assess process performance are addressed separately and suggest the use of  $C_y$  for measuring *process yield* or the proportion of output that meets some specification interval  $[LSL, USL]$ , and the use of  $C_t$  for measuring *process targeting* or nearness of process mean  $\mu$  to a target value  $T$ . These two measures have an intuitive appeal since their values can be directly translated in terms of percentage of process yield and the relative distance of  $\mu$  from  $T$ , respectively, when the underlying distribution is known. Besides that, the natural estimators of  $C_y$  and  $C_t$  have large-sample inferential properties that are applicable universally.

By demonstrating a close association between the ratio  $\kappa = \delta / \sigma$ , where  $\delta$  denotes the mean absolute deviation of  $X$ , and the tail-end probabilities of density curves for a wide spectrum of symmetric continuous distributions that are smooth and unimodal, we offer the interpretation of  $C_y$  for different density curves. Another quantity that also gives an indication of the nature of density curves at the tails is  $\rho$ , a quantity that involves the sample range. For asymmetric distributions we select  $Q = (\mu - \text{median}) / \sigma$  over two other viable measures of skewness after carrying out a preliminary study on the distributional characteristics of all three, and demonstrate the close association between the tail-end probabilities,  $Q$  and  $\kappa$ .

Using extreme quantiles of  $\hat{\kappa}$ ,  $\hat{Q}$  and  $\hat{\rho}$  obtained through simulation, we showed how it is possible to narrow down the list of plausible density curves to get appropriate interpretations of  $C_y$  and  $C_r$ . For future work, we foresee how this approach can be simplified by using a simple computer software which will select appropriate density curves given a data set.

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 INDEKS UPAYA PROSES - TAFSIRAN DAN PENGANGGARANNYA

Pelaksanaan kawalan proses berstatistik di industri telah menimbulkan keperluan mentaksir dan menyukat prestasi proses. Pelbagai teknik statistik digunakan untuk menganalisis upaya proses dengan objektif utamanya menentukan sejauh mana keluaran, atau output, dari sesuatu proses betul-betul menepati had-had spesifikasi yang telah ditetapkan oleh kehendak kejuruteraan atau oleh pelanggan. Dalam masa dua puluh lima tahun yang lepas, beberapa sukatan upaya proses, yang dikenali sebagai indeks upaya proses, telah digunakan oleh industri Jepun dan Amerika Syarikat. Indeks-indeks ini tidak mempunyai unit dan mudah dikira tetapi tafsirannya memerlukan pemahaman menyeluruh tentang sifat-sifat statistiknya.

Andaikan  $X$  ciri boleh disukat dicerap yang berkaitan dengan sesuatu proses, dan nilai-nilai  $X$  dibenarkan berubah-ubah dalam selang spesifikasi  $[LSL, USL]$ ,  $LSL$  dan  $USL$  masing-masingnya menandakan had bawah spesifikasi (*lower specification limit*) dan had atas spesifikasi (*upper specification limit*). Nilai-nilai  $X$  yang meléwati selang ini dianggap menyimpang (*nonconforming*). Biarkan  $\mu$  dan  $\sigma$  masing-masingnya melambangkan min dan sisihan piawai  $X$ . Dalam kebanyakan kepustakaan tentang kawalan mutu,  $\mu$  dan  $\sigma$  masing-masingnya sering disebut min proses dan sisihan piawai proses. Bentuk indeks upaya proses yang paling awal, yang ditandakan sebagai  $C_p$ , cuma membandingkan serakan proses yang dibenarkan (*allowable process spread*), iaitu  $USL - LSL$ , dengan serakan proses yang sebenar (*actual process spread*), iaitu  $6\sigma$ . Nilai 6-sigma digunakan sebagai serakan sebenar proses kerana sekiranya  $X$  mempunyai taburan normal, maka lebih kurang 99.73% (peratusan yang agak tinggi) daripada output



berada dalam selang toleransi tabii  $\mu \pm 3\sigma$ . Jika  $d = (USL - LSL) / 2$  menandakan setengah panjang selang spesifikasi, maka

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{USL - LSL}{6\sigma} \\ &= \frac{d}{3\sigma}. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Jelas bahawa lebih kecil keberubahan  $X$ , lebih besar nilai  $C_p$ , dan ini pula dikaitkan dengan upaya proses yang lebih tinggi. Namun begitu, oleh kerana lokasi  $X$  tidak diambil kira dalam perumusan  $C_p$ , sebarang anjakan lokasi  $X$ , disebabkan prestasi proses yang lebih baik ataupun yang kian merosot, tidak akan tercermin pada nilai  $C_p$  baginya.

Rajah 1.1 (m.s. 18) menunjukkan tiga proses:  $A$ ,  $B$  dan  $C$ , setiap satu mempunyai taburan normal. Proses  $A$  yang had-had toleransi tabiinya  $\mu \pm 3\sigma$  bertepatan dengan had-had spesifikasi mempunyai nilai  $C_p$  satu. Proses  $B$  yang mempunyai nilai  $C_p$  lebih besar daripada satu nyata lebih upaya daripada proses  $A$ . Proses  $C$  mempunyai serakan yang sama, dan dengan itu, nilai  $C_p$  yang sama seperti proses  $B$ , tetapi ia paling kurang upaya antara ketiga-tiganya kerana mempunyai kadaran keluaran tak patuh (*nonconforming output*), atau keluaran TP, yang paling tinggi.

Bagi proses tertabur normal yang minnya bertepatan dengan titik tengah selang spesifikasi, kadaran keluaran TP diberikan oleh  $2\Phi(-3C_p)$ . Kadaran keluaran TP bagi proses  $A$  dalam Rajah 1.1 ialah 0.27% atau 2,700 bahagian bagi setiap juta (*parts per million*), iaitu 2,700 ppm. Agak menarik diperhatikan di sini bahawa andainya taburan  $A$  bukan taburan normal, sebaliknya taburan seragam atau taburan- $t$  dengan 3 darjah kebebasan (contoh-contoh taburan simetri yang ekstrim – satu tidak mempunyai hujung dan satu lagi mempunyai hujung yang amat panjang), maka  $C_p = 1.0$  bermakna kadaran keluaran TP masing-masingnya ialah sifar atau 1.38% (13,800 ppm).

Cuma satu parameter anu yang terdapat pada indeks  $C_p$ , iaitu  $\sigma$ , dan ini diganti dengan sisihan piawai sampel

$$\hat{\sigma} = S = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right\}^{1/2},$$

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , untuk mendapatkan penganggar  $C_p$  sebagai

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6S} = \frac{d}{3S}.$$

Bagi kes toleransi sisi yang melibatkan hanya satu had spesifikasi, Indeks Upaya Atas (*Upper Capability Index*),  $C_{pu}$ , dan Indeks Upaya Bawah (*Lower Capability Index*),  $C_{pl}$ , membandingkan serakan atas/bawah yang dibenarkan dengan serakan atas/bawah yang sebenar dan ditakrifkan seperti yang berikut:

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad \text{dan} \quad C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}.$$

Peluasan tabii bagi kes toleransi dwisisi ialah indeks  $C_{pk}$  yang ditakrifkan sebagai

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \min(C_{pl}, C_{pu}) \\ &= \frac{\min(\mu - LSL, USL - \mu)}{3\sigma}. \end{aligned}$$

Indeks  $C_{pk}$  merupakan satu pembaikan jika dibandingkan dengan indeks  $C_p$  kerana ia mengambil kira serakan dan juga lokasi proses. Jika  $d$  menandakan setengah panjang selang spesifikasi, dan  $m = (USL + LSL) / 2$  menandakan titik tengah selang spesifikasi, maka dengan menggunakan identiti

$$\min(a, b) = \frac{|a+b| - |a-b|}{2}, \quad a, b > 0 \quad (1.2)$$

kita memperoleh

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \frac{d - |m - \mu|}{3\sigma} \\ &= C_p \left\{ 1 - \frac{|m - \mu|}{d} \right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dengan menganggap bahawa  $LSL \leq \mu \leq USL$  (jika sebaliknya, nilai  $C_{pk}$  adalah negatif), maka daripada identiti (1.3), kita mendapati  $0 \leq C_{pk} \leq C_p$ , dan  $C_{pk} = C_p$  jika dan hanya jika min proses memusat di titik tengah selang spesifikasi. Bagi nilai tetap  $\sigma$ ,  $C_{pk}$  mencapai nilai maksimumnya apabila  $m = \mu$  tempat ia bertepatan dengan  $C_p$ , dan menyusut semakin  $\mu$  menghampiri  $LSL$  atau  $USL$ . Bagi sebarang nilai tetap  $\mu$ ,  $C_{pk}$  menjadi besar tak terhingga semakin  $\sigma$  menghampiri 0.

Apabila taburan proses adalah normal, maka kadaran keluaran TP yang dijangka ialah

$$\Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) + \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma}\right) \right\} = \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) + \Phi(-3C_{pk}).$$

Bagi  $m \leq \mu \leq USL$ ,  $\frac{LSL - \mu}{\sigma} \leq -3C_{pk}$ ; jadi kadaran keluaran TP yang dijangka sentiasa kurang atau bersamaan  $2\Phi(-3C_{pk})$ . Keputusan yang sama benar bagi  $LSL \leq \mu \leq m$ .

Penganggar bagi  $C_{pk}$  diberikan sebagai

$$\hat{C}_{pk} = \min(\hat{C}_{pl}, \hat{C}_{pu}),$$

dengan

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\bar{X} - LSL}{3S} \quad \text{dan} \quad \hat{C}_{pu} = \frac{USL - \bar{X}}{3S}.$$

Selain menetapkan nilai-nilai dimensi bagi selang spesifikasi, yang di dalamnya output berfungsi dengan “baik”, nilai sasaran  $T$ , yang padanya output berfungsi dengan “paling baik”, kadangkala juga ditetapkan. Lazimnya titik tengah selang spesifikasi digunakan sebagai nilai sasaran kerana ini akan mengurangkan kemungkinan menghasilkan output di luar had-had spesifikasi dan, dengan itu, mengurangkan kos. Namun demikian, apabila menyasar dimensi bahagian-bahagian berpasang, misalnya injap dan lubang injap (injap mesti dapat dimuatkan ke dalam lubangnya), atau apabila menyasar proses di peringkat awal bagi mengurangkan masalah pemprosesan di peringkat akhir, nilai sasaran luar pusat adalah lebih elok.

Salah satu cara menggabungkan nilai sasaran dalam perumusan indeks  $C_p$  ialah dengan menggunakan analogi serakan proses yang dibenarkan dan yang sebenar, seperti yang diutarakan oleh Kane (1986). Bagi  $T$  yang lebih dekat dengan  $USL$ , beliau mentakrifkan

$$C_p^* = \frac{\text{allowable process spread}}{\text{actual process spread}}$$
$$= \frac{USL - T}{3\sigma}.$$

Secara amnya,  $C_p^*$  ditakrifkan sebagai

$$C_p^* = \min \left\{ \frac{T - LSL}{3\sigma}, \frac{USL - T}{3\sigma} \right\}$$
$$= \frac{d - |m - T|}{3\sigma}$$

dengan menggunakan identiti (1.2), dan ia merupakan pengitlakan indeks  $C_p$  dalam (1.1). Tafsiran  $C_p^*$  juga kabur, sama seperti  $C_p$ , kerana min proses diketepikan dalam pentakrifannya.

Dengan menggunakan analogi yang serupa, beliau mentakrifkan indek  $C_{pu}$  dan indeks  $C_{pl}$  bagi kes nilai sasaran seperti yang berikut:

$$C_{pu}^* = \frac{USL - T - |T - \mu|}{3\sigma}$$

dan

$$C_{pl}^* = \frac{T - LSL - |T - \mu|}{3\sigma}.$$

Di sini serakan atas yang dibenarkan ialah jarak antara nilai sasaran dengan had atas spesifikasi, dilaraskan dengan mengambil kira sisihan mutlak (atau penyimpangan) min proses dari nilai sasaran. Jika sisihan mutlak ini lebih besar daripada  $USL - T$ , maka  $C_{pu}^* = 0$ . Petua yang serupa dikenakan pada  $C_{pl}^*$ .

Maka wajar dipeluaskan kes nilai sasaran kepada indeks  $C_{pk}$  seperti yang berikut:

$$C_{pk}^* = \min(C_{pu}^*, C_{pl}^*) = \frac{d - |T - \mu| - |m - T|}{3\sigma}$$

dan ini merupakan pengitlakan indeks  $C_{pk}$  dalam (1.3). Oleh kerana  $C_{pu}^*$  dan  $C_{pl}^*$  melaraskan penyimpangan dari nilai sasaran, maka ada kemungkinan suatu proses itu mempunyai nilai  $C_{pk}^*$  sifar tetapi menghasilkan output yang sentiasa berada dalam had-had spesifikasi [lihat Rajah 1.2 (m.s. 19)], dan dengan demikian, menyebabkan indeks  $C_{pk}^*$  tidak berkesan sebagai sukatan prestasi proses.

Pada tahun 1988, Chan *et al.* mencadangkan indeks  $C_{pm}$  yang ditakrifkan sebagai

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\tau} = \frac{d}{3\tau}$$

dengan  $\tau = \sqrt{E[(X - T)^2]}$ . Indeks  $C_{pm}$  hampir sama dengan indeks  $C_p$  kecuali  $\sigma$ , yang menyukat keberubahan sekitar min proses  $\mu$ , diganti dengan  $\tau$  yang menyukat keberubahan sekitar nilai sasaran  $T$ , lazimnya titik tengah selang spesifikasi.

Oleh kerana  $E[(X - T)^2] = \sigma^2 + (\mu - T)^2$ , kita memperoleh

$$C_{pm} = \frac{d}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (1.4)$$

$$= \frac{C_p}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}} \quad (1.5)$$

Daripada (1.4) kita melihat bahawa walaupun indeks  $C_{pm}$  meniru indeks  $C_p$  dalam mentaksir upaya proses, ia memberi pertimbangan kepada penyimpangan dari nilai sasaran dan juga perubahan pada variasi proses. Oleh yang demikian, jika berlaku penokokan variasi proses, atau anjakan min proses jauh dari nilai sasaran, atau kedua-duanya, maka  $C_{pm}$  akan merosot. Kita memperhatikan dalam (1.5) bahawa  $C_{pm} \leq C_p$  dan bahawa kedua-dua indeks adalah sama apabila min proses bertepatan dengan nilai sasaran, iaitu apabila  $\mu = T$ .

Apabila  $T$  bukan titik tengah selang spesifikasi, iaitu apabila  $T \neq m$ , indeks  $C_{pm}$  bukanlah sukatan upaya proses yang baik kerana ia gagal membezakan kedudukan  $\mu$  dengan kedudukan  $T$ . Akibatnya, dua proses berkemungkinan mempunyai nilai  $C_{pm}$  yang sama tetapi kadaran keluaran TP yang dijangka adalah amat ketara bezanya [lihat Rajah 1.3 (m.s. 20)]. Juga, apabila  $T \neq m$ , percanggahan timbul antara  $C_{pm}$  dan  $C_{pk}$  oleh

sebab perubahan yang meningkatkan nilai satu indeks, dapat menurunkan nilai indeks yang satu lagi.

Bagi nilai sasaran luar pusat, Chan *et al.* (1988) dalam kertas kerja mereka juga mencadangkan indeks yang diubahsuai,  $C_{pm}^*$ , seakan-akan indeks  $C_p^*$  yang diutarakan oleh Kane (1986), seperti yang berikut:

$$C_{pm}^* = \frac{\min(T - LSL, USL - T)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{d - |m - T|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}},$$

yang merupakan pengitlakan indeks  $C_{pm}$  dalam (1.4).

Mereka mencadangkan penganggar berikut bagi  $C_{pm}$  dan  $C_{pm}^*$ :

$$\hat{C}_{pm} = \frac{d}{3\hat{\tau}}$$

dan

$$\hat{C}_{pm}^* = \frac{d - |m - T|}{3\hat{\tau}}$$

dengan  $\hat{\tau} = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - T)^2 \right\}^{1/2}$ .

Boyles (1991) lebih suka penganggar  $C_{pm}$  yang ditakrifkan sebagai

$$\tilde{C}_{pm} = \frac{d}{3\tilde{\tau}}$$

dan  $\tilde{\tau}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - T)^2$  ialah penganggar tabii yang saksama bagi  $\tau^2$ .

Taguchi (Hsiang dan Taguchi, 1985) menggunakan pendekatan fungsi rugi bagi menyukat mutu. Menurut Taguchi, setiap nilai  $x$  bagi ciri  $X$  dapat dikaitkan dengan kerugian berunsur wang,  $L(x)$ , kepada pelanggan dan kepada masyarakat secara am. Fungsi rugi ini mengambil bentuk kuadratik

$$L(x) = k(x - T)^2, \quad k > 0,$$

supaya sebarang penyimpangan dari nilai sasaran  $T$  mengakibatkan kerugian positif; dan  $L(T) = 0$ . Upaya proses diwakili jangkaan rugi (dalam unit berunsur wang)

$$E[L] = k E[(X - T)^2],$$

iaitu  $k$  kali keberubahan  $X$  sekitar nilai sasaran  $T$ , atau  $k(\tau^2)$ . Dengan menggunakan pendekatan fungsi rugi bagi mentakrif semula indeks  $C_p$ , iaitu, dengan mengganti  $\sigma$  pada penyebut dalam (1.1) dengan punca jangkaan rugi dan menetapkan  $k = 1$ , indeks upaya Taguchi tidak lain daripada indeks  $C_{pm}$  yang dicadangkan oleh Chan *et al.* (1988), walaupun nampaknya secara berasingan.

Pearn *et al.* (1992) mencadangkan satu lagi indeks upaya dengan menggabungkan ubahsuaian kepada pembilang indeks  $C_p$  (untuk memperoleh  $C_{pk}$ ) dan ubahsuaian kepada penyebut indeks  $C_p$  (untuk memperoleh  $C_{pm}$ ) dan mentakrifkannya sebagai

$$\begin{aligned} C_{pmk} &= \frac{d - |m - \mu|}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \\ &= \left[ 1 - \frac{|m - \mu|}{d} \right] C_{pm} \end{aligned}$$



$$= \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}}$$

Oleh itu,  $C_{pmk} \leq C_{pm}$  dan  $C_{pmk} \leq C_{pk}$ . Mereka menunjukkan bahawa indeks  $C_{pmk}$  lebih sensitif daripada indeks  $C_{pm}$  terhadap penyimpangan min proses dari nilai sasaran. Mereka juga mencadangkan agar penganggar tabii

$$\tilde{C}_{pmk} = \frac{d - |m - \bar{X}|}{3\tilde{\tau}}$$

digunakan untuk menganggar  $C_{pmk}$ ;  $\tilde{\tau}^2$  ialah penganggar saksama  $\tau^2$ .

Banyak lagi indeks upaya proses yang telah dicadangkan oleh beberapa pengarang tetapi kebanyakannya merupakan ubahsuaian indeks piawai yang biasa digunakan, iaitu,  $C_p$ ,  $C_{pk}$  dan  $C_{pm}$ .

## 1.2 KEPUTUSAN YANG DITERBITKAN DARIPADA SIFAT TAABIRAN INDEKS UPAYA PROSES

Pelbagai keputusan tentang indeks upaya piawai dan penganggar masing-masing telah diperoleh dan hampir semuanya berasaskan anggapan yang proses tertabur normal dan proses sudah mencapai tahap kawalan berstatistik. Anggapan kedua penting kerana tanpanya, tidak mungkin diperoleh anggaran bolehpercayaan bagi parameter  $\mu$  dan  $\sigma$ .

Kajian printis bagi menyiasat sifat-sifat statistik indeks upaya proses dianggap bermula daripada Kane (1986). Beliau menggunakan pendekatan Lengkung Ciri Operasi (*Operating Characteristic Curve*), atau lengkung OC, bagi menguji indeks  $C_p$ , yang seanalogue dengan lengkung OC yang diperolehi Burr (1976) bagi menguji sisihan piawai. Dengan menggunakan fakta bahawa seandainya proses tertabur normal maka kuantiti

$(n-1)(C_p/\hat{C}_p)^2$  mempunyai taburan khi kuasa dua dengan  $(n-1)$  darjah kebebasan, lengkung OC dapat dikira dan dengan itu digunakan untuk membandingkan skim pengujian. Bagi menguji hipotesis bahawa sesuatu proses itu upaya, beliau menyarankan agar ditetapkan Aras Mutu Boleh Terima (*Acceptable Quality Level*),  $C_p(A)$ , supaya proses dengan  $C_p > C_p(A)$  diterima, dan Aras Mutu Boleh Tolak (*Rejectable Quality Level*),  $C_p(R)$ , supaya proses dengan  $C_p < C_p(R)$  ditolak. Dengan menetapkan saiz Ralat Jenis I ( $\alpha$ ), iaitu kebarangkalian menyalahanggap proses dengan nilai  $C_p$  yang melebihi  $C_p(A)$  sebagai "tidak upaya", dan menetapkan saiz Ralat Jenis II ( $\beta$ ), iaitu kebarangkalian menyalahanggap proses dengan nilai  $C_p$  yang kurang daripada  $C_p(R)$  sebagai "upaya", nilai genting  $c$  dan saiz sampel  $n$  dapat ditentukan.

Chan *et al.* (1988) menerbitkan fungsi ketumpatan bagi  $\hat{C}_{pm}$  apabila proses mempunyai taburan normal, dan memperhatikan bahawa sifat-sifat  $\hat{C}_{pm}$  sukar diselesaikan secara statistik kerana fungsi tersebut melibatkan  $\lambda = n(\mu - T)^2/\sigma$ . Kebanyakan keputusan yang diperolehi mereka adalah bagi kes  $\mu = T$ . Apabila  $\mu = T$  dan dengan itu indeks  $C_{pm}$  dan indeks  $C_p$  adalah sama, mereka menunjukkan bahawa pincangan yang berkaitan dengan  $\hat{C}_{pm}$  lebih kecil daripada pincangan yang berkaitan dengan  $\hat{C}_p$ . Mereka juga menggunakan pendekatan lengkung OC bagi menganalisis  $\hat{C}_{pm}$ , serupa dengan yang digunakan oleh Kane (1986), bagi kes  $\mu = T$ . Dengan menggunakan pendekatan Bayesian bagi menganalisis indeks  $C_{pm}$ , mereka menjadualkan nilai-nilai minimum  $\hat{C}_{pm}$  yang baginya  $Pr(C_{pm} > w \mid \hat{C}_{pm})$ , bagi  $w = 1, 4/3$  dan  $5/3$ , dengan menggunakan pelbagai saiz sampel dan nilai kebarangkalian.

Dengan menggunakan dua anggapan asasi, iaitu kenormalan dan kestabilan proses, Chou *et al.* (1990) menyediakan jadual had keyakinan bawah 95% bagi  $C_p$ ,  $C_{pu}$ ,  $C_{pl}$  dan  $C_{pk}$  bagi saiz sampel terpilih antara 10 hingga 400. Ini dicapai dengan menggunakan sifat taburan pemboleh ubah rawak  $(n-1)(C_p/\hat{C}_p)^2$ ,  $3\sqrt{n}\hat{C}_{pu}$  dan  $3\sqrt{n}\hat{C}_{pl}$ . Pemboleh ubah rawak kedua dan ketiga mempunyai taburan- $t$  tak memusat dengan  $(n-1)$  darjah kebebasan dan parameter tak memusat  $\sqrt{n}(USL - \mu)/\sigma$  dan

$\sqrt{n}(\mu - LSL)/\sigma$ , masing-masingnya. Taburan  $\hat{C}_{pk}$  lebih rumit dan diperoleh daripada taburan tercantum dua pemboleh ubah rawak  $t$  tak memusat yang bersandar,  $3\sqrt{n}\hat{C}_{pu}$  dan  $3\sqrt{n}\hat{C}_{pl}$ . Bagi saiz sampel yang sama, mereka menjadualkan juga nilai-nilai minimum  $\hat{C}_p$ ,  $\hat{C}_{pu}$ ,  $\hat{C}_{pl}$  dan  $\hat{C}_{pk}$  yang baginya proses adalah "upaya" 95 daripada 100 kali, diberi nilai minimum yang disyorkan bagi indeks. Misalnya, nilai minimum yang disyorkan bagi proses yang sedia ada ialah  $C_p = 1.33$  (Montgomery, 1991, Jadual 9.4) dan proses dianggap "upaya" jika nilai sebenar  $C_p$  bersamaan atau lebih besar daripada 1.33. Oleh kerana  $C_p$  tidak diketahui,  $\hat{C}_p$  digunakan bagi menganggar  $C_p$  dan nilai ini disemak dengan nilai-nilai minimum yang terjadual (lazimnya lebih besar daripada 1.33 walaupun bagi saiz sampel sebesar 400) bagi menentukan sama ada proses adalah "upaya", secara berkebarangkalian.

Kushler dan Hurley (1992) mengkaji beberapa kaedah mengira batas bawah keyakinan bagi  $C_{pk}$  dan  $C_{pm}$  dengan menggunakan penghampiran normal bagi taburan pensampelan  $\hat{C}_{pk}$  dan  $\tilde{C}_{pm}$  berdasarkan kajian yang dilakukan oleh Zhang *et al.* (1990), Bissell (1990), Chan *et al.* (1990) dan Boyles (1991), antara lain. Mereka menilai prestasi kaedah-kaedah ini dengan mentaksir "nisbah tidak kena" ("*miss ratio*") bagi setiap satu dan mengesyorkan kaedah Bissell bagi indeks  $C_{pk}$  dan kaedah Boyles bagi indeks  $C_{pm}$ , dengan menyebut kemudahan mengira dan ketepatan sebagai pertimbangan utama. Di sini juga anggapan yang dibuat ialah ciri mutu dalam pertimbangan,  $X$ , mempunyai taburan normal.

Pearn *et al.* (1992) menerbitkan taburan dan momen bagi  $\hat{C}_{pmk}$  apabila  $T = m$  dengan menggunakan anggapan kenormalan. Jadual nilai jangkaan dan varians bagi  $\hat{C}_{pmk}$ ,  $\hat{C}_p$ ,  $\hat{C}_{pk}$  dan  $\hat{C}_{pm}$ , terdapat dalam kertas kerja mereka.

Dengan bergantung kepada anggapan kenormalan juga, Kotz *et al.* (1993) memperoleh rumus min dan sisihan piawai yang tepat bagi penganggar alternatif indeks  $C_{pk}$  yang berasaskan (1.3), iaitu

$$\tilde{C}_{pk} = \frac{d - |m - \bar{X}|}{3\hat{\sigma}},$$

dengan memperhatikan bahawa pemboleh ubah rawak  $\sqrt{n}|m - \bar{X}|/\sigma$  mempunyai taburan normal terlipat. Oleh sebab fungsi ketumpatan  $\tilde{C}_{pk}$  bergantung kepada parameter  $d/\sigma$  dan  $\sqrt{n}|m - \mu|/\sigma$ , nilai jangkaan dan varians  $\tilde{C}_{pk}$  diaduakan bagi nilai berlainan  $d/\sigma$ ,  $|m - \mu|/\sigma$  dan  $n$ .

Walaupun keputusan berlimpah-limpah bagi memudahkan penggunaan dan tafsiran indeks upaya piawai dan penganggar masing-masing di bawah anggapan kenormalan, hanya beberapa kajian sahaja yang cuba memberi penumpuan terhadap kesan ketaknormalan ke atas sifat penganggar indeks-indeks ini. Namun begitu, hanya beberapa taburan sahaja yang dipertimbangkan secara terasing daripada spektrum meluas taburan tak normal yang diketahui. Sebagai contoh, Gunter (1989) mengkaji tafsiran  $C_{pk}$  di bawah tiga taburan tak normal yang berlainan: taburan khi kuasa dua dengan 4.5 darjah kebebasan,  $\chi^2(4.5)$ , taburan- $t$  dengan 8 darjah kebebasan,  $t(8)$ , dan taburan seragam. Kocherlakota *et al.* (1992) memperoleh momen  $\hat{C}_p$  dan  $\hat{C}_{pu}$  bagi taburan normal cemar yang mudah dengan dua komponen dan bagi taburan Edgeworth. Kotz dan Johnson (1993b) memperoleh momen  $\hat{C}_p$  bagi model cemar (normal) am.

### 1.3 PEMBINAAN INDEKS UPAYA PROSES BAGI TABURAN TAK NORMAL

Beberapa kaedah mentakrif indeks upaya proses bagi taburan tak normal telah dicadangkan. Clements (1989) mencadangkan satu kaedah mengira indeks upaya proses bagi sistem lengkung Pearson (termasuk taburan normal) yang pada dasarnya melibatkan penggantian pendarab "6" dalam penyebut indeks  $C_p$  dengan suatu nilai  $\theta$  bagi memastikan yang peratusan output dalam selang toleransi tabii  $\left[ \mu - \frac{\theta}{2}\sigma, \mu + \frac{\theta}{2}\sigma \right]$  seberapa dekat yang mungkin dengan 0.9973. Kaedah beliau memerlukan pengetahuan tentang pekali kepencongan,  $\alpha_3$ , dan kurtosis,  $\alpha_4$ , yang diberikan oleh

$$\alpha_3 = \frac{E[(X - \mu)^3]}{\sigma^3} \quad \text{dan} \quad \alpha_4 = \frac{E[(X - \mu)^4]}{\sigma^4},$$

masing-masingnya. Bagi nilai  $\alpha_3$  dan  $\alpha_4$  yang diberi, Clements menyediakan jadual titik-titik persentil yang ke-0.135 dan yang ke-99.865 bagi lengkung piawai Pearson yang kemudiannya digunakan untuk memperoleh  $\theta$ . Kaedah ini memerlukan adanya saiz sampel yang besar bagi menganggar momen ketiga dan momen keempat secara memuaskan kerana varians penganggar-penganggar ini melibatkan momen yang lebih tinggi.

Pearn *et al.* (1992) membincangkan suatu pendekatan bagi memperoleh indeks upaya proses teguh, berbentuk

$$C_\theta = \frac{USL - LSL}{\theta\sigma}$$

dan  $\theta$  merupakan pemalar yang dipilih supaya kebarangkalian

$$P_\theta = Pr\left[\mu - \frac{\theta}{2}\sigma < X < \mu + \frac{\theta}{2}\sigma\right]$$

dekat dengan 0.999 dan juga tidak terlalu bergantung kepada bentuk taburan proses. Dengan menggunakan keputusan yang diperolehi Pearson dan Tukey (1965), mereka menunjukkan bahawa jika bentuk taburan proses hampir sama dengan salah satu ahli taburan sistem Pearson atau taburan dengan bentuk yang serupa, maka  $\theta = 3.92$  akan menghasilkan  $P_\theta \approx 0.95$  dan  $\theta = 4.65$  akan menghasilkan  $P_\theta \approx 0.98$ . Mereka menunjukkan bahawa bagi beberapa taburan khi kuasa dua,  $P_\theta = 0.99$  menghasilkan nilai lebih stabil bagi  $\theta$  (iaitu 5.15) daripada  $P_\theta = 0.95$  atau  $P_\theta = 0.98$ , dan mencadangkan agar  $\theta = 5.15$  digunakan dalam takrif indeks upaya proses teguh,  $C_\theta$ .

Oleh kerana  $C_\theta$  merupakan hanya gandaan bagi  $C_p$ , semua keputusan yang berkaitan dengan indeks  $C_p$  dapat digunakan bagi  $C_\theta$ .

Kaedah persentil (Rodriguez, 1992) dapat digunakan untuk memluas takrif indeks upaya piawai bagi merangkumi taburan tak normal, termasuk taburan pencong yang unimod dan licin. Bagi taburan normal, min bersamaan median; jadi  $3\sigma$  merupakan jarak median dari persentil ke-99.865 dan juga jarak median dari persentil ke-0.135. Dengan mengganti  $6\sigma$  dan  $3\sigma$  dengan jarak yang bersesuaian, rumus bagi  $C_p$  dan  $C_{pk}$  dapat ditlakkan seperti berikut:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{P_{0.99865} - P_{0.00135}}$$

dan

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{P_{0.5} - LSL}{P_{0.5} - P_{0.00135}}, \frac{USL - P_{0.5}}{P_{0.99865} - P_{0.5}} \right\},$$

$P_\alpha$  ialah persentil ke- $100\alpha$ . Kaedah persentil juga memerlukan saiz sampel yang besar bagi membolehkan persentil ekstrim seperti  $P_{0.998605}$  dan  $P_{0.00135}$  dianggar secara memuaskan. Masalah ini dapat diatasi dengan menyuaikan taburan berparameter kepada data yang ada dan kemudiannya mengira persentil daripada taburan suaian.

Zwick (1995) mencadangkan kaedah hibrid bagi menyuaikan fungsi ketumpatan selanjar yang menghasilkan suaian "terbaik" bagi data yang ada, dan kemudian menggunakannya untuk mengira indeks  $C_p$  dan indeks  $C_{pk}$ , menurut kaedah persentil yang digariskan di atas. Kaedah penyuaian data yang dikemukakan beliau melibatkan pengiraan "skor" bagi setiap taburan cubaan berasaskan kombinasi pekali korelasi bagi plot kebarangkalian dan statistik Kolmogorov-Smirnov, dan kemudian jenis taburan, berserta dengan parameternya yang tidak diketahui, dipilih setelah membuat

perbandingan skor terbaik yang dicapai secara melaraskan parameter dalam beberapa famili taburan berlainan.

#### 1.4 PANDUAN TESIS INI

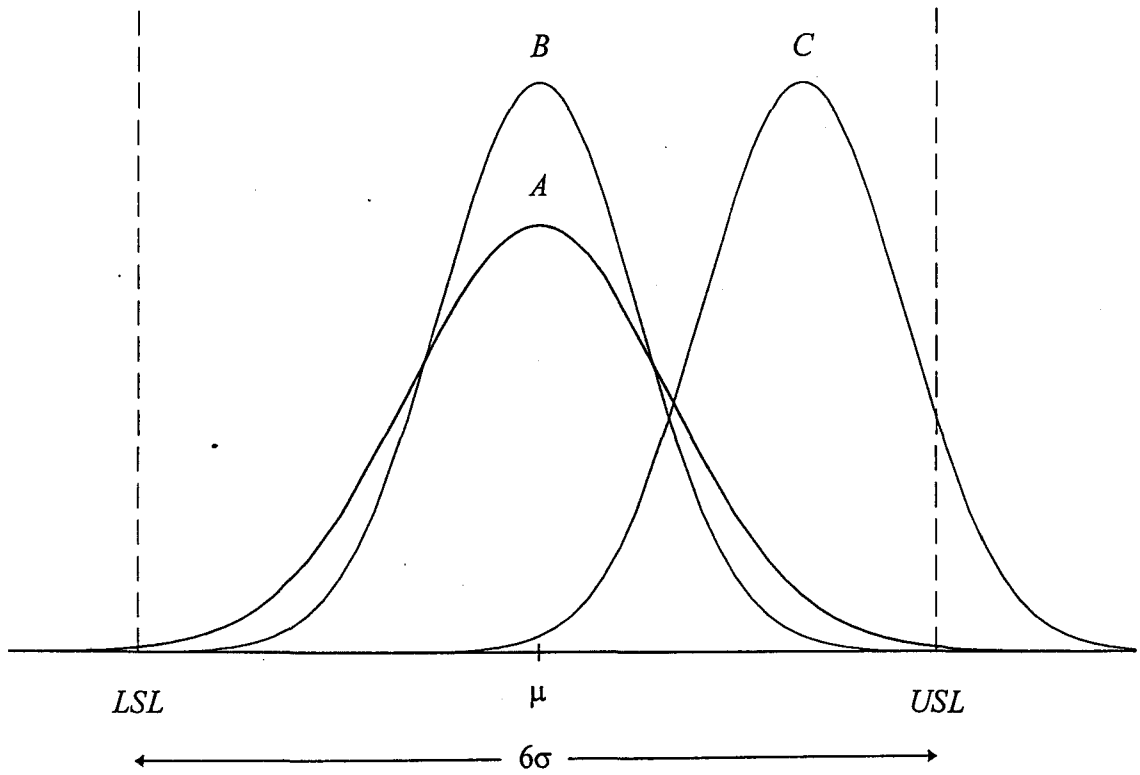
Daripada perbincangan dalam bahagian 1.1 kita melihat bagaimana bentuk indeks upaya proses yang terawal dan yang paling mudah, iaitu indeks  $C_p$ , telah berkembang, dengan penambahan lebih banyak komponen, menjadi bentuk yang lebih kompleks seperti yang terdapat pada indeks  $C_{pm}$  dan indeks  $C_{pmk}$ . Walaupun masih lagi agak mudah dikira, tafsiran dan sifat taburan indeks upaya proses "generasi baru" ini telah menjadi lebih rumit.

Dalam tesis ini kita ingin kembali semula kepada kriteria asal yang digunakan untuk mengukur "kejayaan" prestasi proses, dan ianya ialah kadaran keluaran yang menepati spesifikasi atau hasil proses (*process yield*). Kedekatan min proses dengan nilai sasaran, atau pemusatan proses (*process centering*), ditafsir dan dinilai berasingan, dan nilainya digunakan sebagai sukatan tambahan kepada sukatan utama prestasi proses. Dengan demikian, kita berharap dapat menawarkan pendekatan langsung bagi mentaksir prestasi proses supaya nilai-nilai yang dikaitkan dengan prestasi proses boleh ditafsir secara langsung dalam bentuk hasil proses dan pemusatan proses, tetapi secara berasingan. Kita akan menyiasat juga bagaimana pendekatan ini dapat dilaksanakan secara universal, iaitu, bagaimana sukatan prestasi proses ini dapat ditafsir bagi spektrum taburan simetri dan taburan asimetri yang meluas.

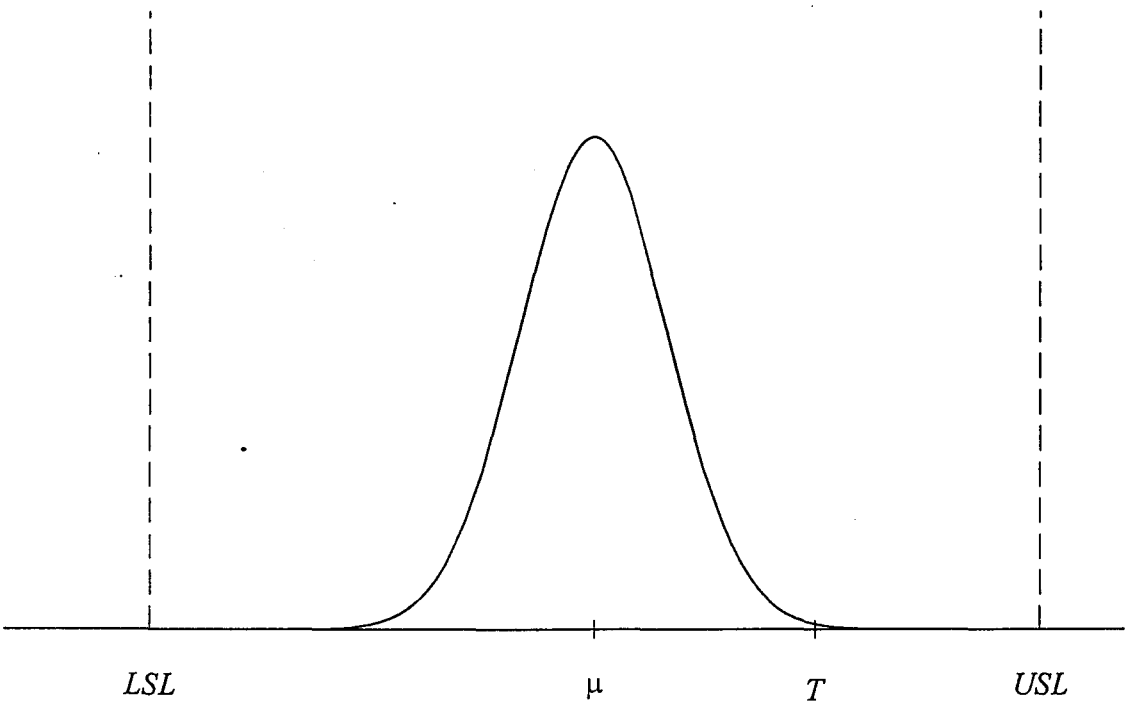
Pendekatan yang dicadangkan bagi mentaksir prestasi proses dibincangkan dalam Bab 2 selepas kita meneliti masalah yang timbul daripada penggunaan nilai tunggal, atau indeks, bagi menyukat upaya proses. Bab 3 dikhaskan bagi perbincangan tentang pelaksanaan pendekatan ini bagi taburan simetri. Sebahagian besar Bab 4 diperuntukkan bagi mencari satu sukatan kepencongan yang boleh diterima, mengkaji

kelakuannya dan juga prestasi penganggarnya. Adalah diharapkan bahawa pengetahuan tentang sukatan kepencongan fungsi ketumpatan akan membolehkan kita memberi tafsiran lebih tepat bagi sukatan prestasi proses. Dalam Bab 5 kita memperoleh sifat tabiran penganggar-penganggar utama yang digunakan dalam tesis ini. Dalam Bab 6 kita memberi kesimpulan tesis dan membincangkan kajian masa depan yang dapat dilakukan dalam bidang upaya proses dan bidang statistik gunaan lain yang berkaitan.

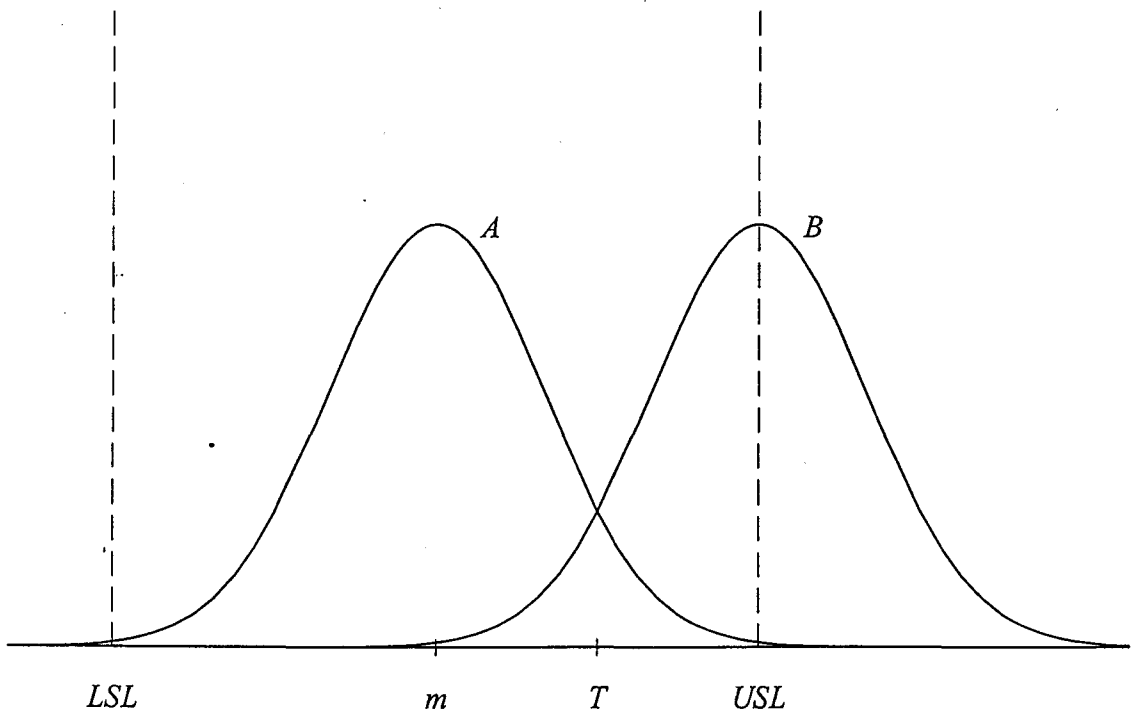




Rajah 1.1 Indeks  $C_p$



Rajah 1.2 Contoh proses yang menghasilkan 100% keluaran patuh tetapi mempunyai nilai  $C_{pk}^*$  sifar



Rajah 1.3 Dua proses dengan nilai  $C_{pm}$  yang sama tetapi kadaran produk TP yang jauh berbeza

## BAB 2

### PENDEKATAN BARU BAGI MENTAKSIR PRESTASI PROSES

#### 2.1 PENDAHULUAN

Kita mulai bab ini dengan meneliti beberapa masalah yang timbul daripada penggunaan nilai tunggal bagi menyukat upaya proses. Dalam Bahagian 2.3 kita membincangkan pendekatan baru bagi mentaksir prestasi proses yang dengannya hasil proses dan pemusatan proses diberi penumpuan berasingan. Dalam Bahagian 2.4 kita mentakrifkan sukatan hasil proses,  $C_y$ , dan memberikan tafsirannya. Dalam Bahagian 2.5 kita mentakrifkan  $C_t$  yang akan digunakan untuk menyukat pemusatan proses. Kita juga memberikan tafsiran  $C_t$  bagi taburan simetri dan menanggukkan tafsirannya bagi taburan asimetri sehingga Bab 4. Kita menyediakan contoh dan penjelasan bagi menunjukkan kelebihan menggunakan kedua-dua  $C_y$  dan  $C_t$ , berbanding dengan indeks  $C_{pm}$ , bagi mentaksir prestasi proses. Dalam Bahagian 2.6 kita menggariskan kaedah bagi melaksanakan pendekatan baru ini.

#### 2.2 MASALAH DALAM PENTAKSIRAN PRESTASI PROSES DENGAN MENGGUNAKAN INDEKS

Seperti yang dinyatakan dalam perenggan pertama Bab 1, kegunaan indeks upaya proses berpunca daripada keperluan mentaksir dan menilai prestasi proses; "indeks" dalam konteks ini bererti "nombor yang diperoleh dengan meringkaskan maklumat secara mudah dalam bentuk yang sesuai untuk perbandingan". Kebanyakan indeks upaya proses diperoleh dengan mengaitkan parameter proses ( $\mu$ ,  $\sigma$ ), yang meringkaskan kebanyakan maklumat tentang sesuatu taburan, kepada selang spesifikasi [ $LSL$ ,  $USL$ ], dengan atau tanpa memasukkan nilai sasaran  $T$ , dalam pelbagai cara. Daripada perbincangan dalam Bahagian 1.1, kita melihat bahawa indeks upaya proses yang

berbeza mempunyai tafsiran yang berbeza, bergantung bukan sahaja kepada anggapan tertentu tentang lokasi nilai sasaran atau min proses, atau kedua-duanya sekali, terhadap titik tengah selang spesifikasi, tetapi juga kepada bentuk taburan pendasar.

Soalan kontroversi yang ditanya ialah sama ada suatu nilai tunggal dapat meringkaskan secara berkesan kelakuan taburan proses dan berjaya menggambarkan prestasi proses selengkapnya. Kotz dan Johnson (1993b) menyokong kegunaan sepasang nombor, dan bukan satu nilai, bagi mewakili anggaran indeks upaya proses; nombor kedua mungkin memberi petunjuk akan ketepatan nombor pertama. Kushler dan Hurley (1992) mengesyorkan supaya batas keyakinan dilaporkan setiap kali indeks upaya proses dianggar dengan menggunakan data sampel. Namun, syor-syor sedemikian hanya menangani persoalan yang berkaitan dengan keberubahan penganggar indeks yang bergantung kepada sifat taburan pendasar proses. Keberkesanan indeks upaya proses yang sedia ada bagi mengukur prestasi proses dan kesesuaiannya untuk membandingkan prestasi di kalangan proses yang berlainan masih kekal tak berpenyelesaian dan masih boleh diperbahaskan.

Pada mulanya, kriteria yang digunakan untuk menyukat "kejayaan" prestasi proses ialah kadaran keluaran yang menetapi spesifikasi, atau hasil proses, yang dapat disimpulkan secara langsung daripada indeks upaya yang awal. Kita telah melihat bahawa bagi nilai tetap  $C_p$  dan apabila min proses memusat di titik tengah selang spesifikasi, iaitu apabila  $\mu = m$ , peratusan hasil proses ialah  $100(1 - 2\Phi(-3C_p))\%$  jika taburan pendasar proses adalah normal. Juga, apabila taburan pendasar adalah normal, maka bagi nilai tetap  $C_{pk}$  batas bawah peratusan hasil proses ialah  $100(1 - 2\Phi(-3C_{pk}))\%$ .

Berikutan pendekatan fungsi rugi yang dicadangkan oleh Taguchi bagi menyukat mutu, kedekatan min proses  $\mu$  dengan nilai sasaran  $T$ , atau pemusatan proses, telah menjadi komponen penting bagi upaya proses seperti yang tercermin pada indeks  $C_{pm}$  dan indeks

upaya proses lain yang menggunakan pendekatan serupa. Pertimbangkan, misalnya, indeks  $C_{pm}$  yang diberikan oleh

$$C_{pm} = \frac{d}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.1)$$

dengan  $d$  sebagai setengah panjang selang spesifikasi. Kita telah melihat bahawa indeks  $C_{pm}$  tidak menunjukkan pencapaian yang baik apabila  $T \neq m$ . Namun demikian, apabila  $T = m$  kita memperoleh tafsiran  $C_{pm}$  sebagai sukatan pemusatan proses seperti yang berikut. Daripada (2.1) kita mendapati

$$\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2} = \frac{d}{3} C_{pm}^{-1} \quad (2.2)$$

yang bererti

$$|\mu - T| \leq \frac{d}{3} C_{pm}^{-1}. \quad (2.3)$$

Oleh itu,  $C_{pm} = 1.0$  bererti min proses berada di dalam sepertiga tengah selang spesifikasi,  $C_{pm} = 4/3$  bererti min proses berada di dalam seperempat tengah selang spesifikasi, dan seterusnya. Apabila julat  $\mu$  bagi nilai  $C_{pm}$  yang diberikan sudah diketahui, kita dapat menggunakan perhubungan antara  $\mu$  dan  $\sigma$  dalam (2.2) untuk menentukan peratusan hasil proses jika taburan pendasar proses adalah simetri. Misalnya, jika proses tertabur normal, maka bagi  $C_{pm}$  yang diberikan, peratusan hasil proses ialah

$$\Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{3 - t}{\sqrt{C_{pm}^{-2} - t^2}}\right) + \Phi\left(\frac{3 + t}{\sqrt{C_{pm}^{-2} - t^2}}\right) - 1$$

$$= g(t), \quad 0 \leq t \leq C_{pm}^{-1}.$$

Dalam persamaan di atas, tanpa kehilangan itlak kita membiarkan  $d = 3$ , dan pemboleh ubah  $t$  ialah jarak antara  $\mu$  dengan  $T$ , iaitu,  $t = |\mu - T|$ . Dengan melukis graf  $g(t)$  bagi selang yang ditetapkan [lihat Rajah 2.1 (m.s. 36)], kita memperoleh batas bawah dan batas atas peratusan hasil proses bagi nilai  $C_{pm}$  yang berlainan. Jadual 2.1 (m.s. 40) memberikan peratusan hasil proses bagi nilai  $C_{pm}$  berbeza, bagi taburan normal, taburan seragam dan taburan- $t$  dengan 3 darjah kebebasan. Jika taburan pendasar adalah asimetri, kita memerlukan maklumat tentang susunan kedudukan  $\mu$  dan  $T$ , untuk menentukan peratusan hasil proses bagi nilai  $C_{pm}$  yang diberikan.

Walaupun indeks  $C_{pm}$  memberi sukatan pemusatan proses dan juga sukatan hasil proses bagi taburan simetri yang diketahui apabila  $T = m$ , sukatan-sukatan ini memuaskan hanya bagi nilai  $C_{pm}$  yang besar. Perhatikan bahawa jika taburan pendasar adalah normal,  $C_{pm} = 1$  bererti min proses mungkin berada di mana-mana dalam julat  $T \pm d / 3$  dan peratusan hasil proses mungkin sebarang nilai antara 99.73% dan 100%, yang boleh diterjemahkan sebagai antara 2,700 ppm keluaran TP hingga cacatan sifar (*zero defects*). Kita harus juga sedar bahawa tafsiran ini sah di bawah anggapan  $T = m$ , yang mesti diuji terlebih dahulu, dan bagi nilai sebenar  $C_{pm}$ , yang tidak diketahui dan perlu dianggar daripada nilai-nilai sampel dan dengan demikian tertakluk kepada keberubahan.

### 2.3 PENDEKATAN BARU BAGI MENTAKSIR PRESTASI PROSES

Kita mencadangkan pendekatan yang berlainan bagi mentaksir prestasi proses yang dengannya hasil proses dan pemusatan proses akan diberi penumpuan berasingan. Kita mengatakan bahawa *pemusatan proses tercapai* apabila min proses  $\mu$  bertepatan dengan nilai sasaran  $T$ . Oleh kerana hasil proses merupakan dorongan utama indeks upaya proses diperkenalkan, kita merasakan bahawa ia patut diberi keutamaan mengatasi pemusatan proses. Ini bermakna sesuatu proses itu patut dinilai terutamanya dari segi