UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2005/2006

April/Mei 2006

MSG 284 – Geometri Berkomputer

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

*[**Arahan:** Jawab **semua tiga** [3] soalan].*

.../2-

1. (a) Bentuk algebra **p**, suatu lengkung kubik berparameter yang ditakrif pada selang [0,1] boleh ditulis sebagai $\mathbf{p}(t) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 t + \mathbf{A}_2 t^2 + \mathbf{A}_3 t^3$ dengan **p** sebagai vektor kedudukan sebarang titik pada lengkung dan $\mathbf{A}_i$, i = 0, .. , 3 sebagai vektor yang setara dengan pekali algebra skalar. Komponen **p**(t) adalah sepadan dengan koordinat Cartesan titik berkenaan dan ditentukan berdasarkan kekangan yang ditetapkan ke atas **p**.

   (i) Nyatakan persamaan bagi titik hujung, **p**(0) dan **p**(1) dan persamaan bagi vektor tangen sepadan **p**′(0) dan **p**′(1).
   (ii) Seterusnya, tulis vektor $\mathbf{A}_i$, i = 0, 1, 2, 3 dalam sebutan titik hujung, **p**(0) dan **p**(1) dan vektor tangen sepadan **p**′(0) dan **p**′(1).
   (iii) **p**(0), **p**(1), **p**′(0) dan **p**′(1) disebut pekali geometri. Ungkapkan **p** dalam bentuk Hermite dengan menggunakan pekali geometri. Dengan demikian, nyatakan set fungsi asas Hermite.

   (b) Satu parabola melalui titik (0, 1) dan (1, 0) dan tangen kepada paksi x dan paksi y pada titik tersebut. Nyatakan persamaan kubik Hermite dan persamaan kuadratik Bezier yang mewakili tembereng parabola ini.

   (c) Bincang sifat-sifat fungsi asas Lagrange dan Bernstein terhadap interpolasi, syarat tangen dan hul cembung.

[100 markah]

2. (a) Andaikan lengkung Bezier berdarjah n ditakrifkan sebagai P(t) = $\sum_{i=0}^{n} V_i B_i^n(t), 0 \le t \le 1$ dengan $B_i^n(t) = \dfrac{n!\,t^i(1-t)^{n-i}}{(n-i)!\,i!}$ dan V_i sebagai titik kawalan Bezier.

   (i) Lakar serta label fungsi asas Bezier kubik, $B_i^3(t), i = 0,1,2,3$ pada rajah yang sama.
   (ii) Tulis persamaan dalam bentuk hasil darab matrik **TMV** dengan **T** = $\begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix}$ dan titik kawalan, **V** = $\begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$ bagi mewakili lengkung Bezier kubik.

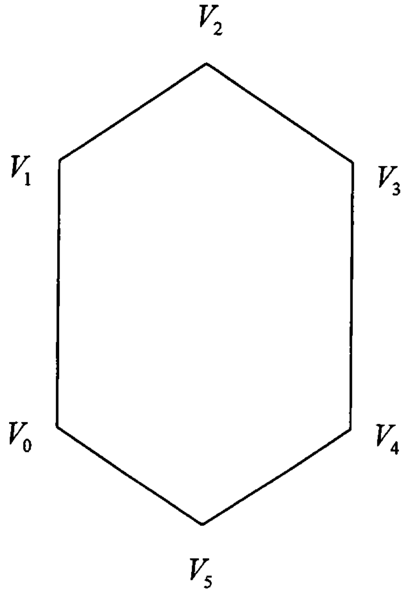
   (b) Cebis yang ke-i, $i = 1,2,\cdots,n-2$ lengkung terbuka splin-B seragam kubik dengan titik kawalan V_{i-1}, V_i, V_{i+1} dan V_{i+2} ditakrif sebagai $\mathbf{P}_i(t)$ = **TMV** yakni

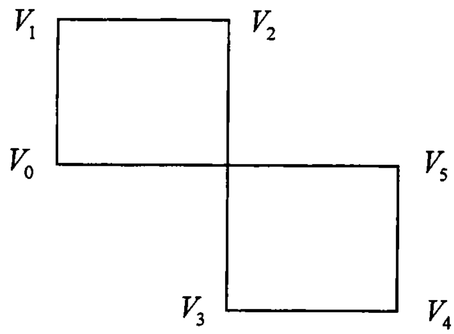
$$P_i(t) = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_{i-1} \\ V_i \\ V_{i+1} \\ V_{i+2} \end{pmatrix}, \quad 0 \le t \le 1.$$

(i) Kira titik mula dan titik akhir cebis i.

(ii) Tulis vektor tangen pada titik mula dan titik akhir cebis ke-i .

(iii) Beri bentuk pemasukan **V** yang baru supaya lengkung tertutup diperoleh dengan menggunakan n+1 cebis. Seterusnya, dengan menggunakan 6 cebis, lakar lengkung tertutup splin-B seragam jika titik-titik kawalan seperti berikut diberikan.





[100 markah]

3. (a) Tampalan permukaan terbuka splin-B bikuadratik seragam $P(u,v)$, ditakrif sepenuhnya oleh 9 titik kawalan dan boleh ditulis dalam bentuk hasil darab matriks $\mathbf{UMBM^TV^T}$, dengan $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u^2 & u & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} v^2 & v & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks titik kawalan splin-B, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} V_{00} & V_{01} & V_{02} \\ V_{10} & V_{11} & V_{12} \\ V_{20} & V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}$.

(i) Tulis pemasukan matriks **M**.

(ii) Tulis titik penjuru P(0, 0), P(0, 1), P(1, 0) dan P(1, 1) sebagai gabungan linear titik-titik kawalan V_{ij}, $i = 0,1,2; j = 0,1,2$.

.../4-

(iii) Secara geometri, lakar contoh kedudukan 4 titik penjuru dan 9 titik kawalan tampalan permukaan splin-B bikuadratik pada satu rajah yang sama.

(b) Andaikan $V_{00} = (0,0,0)$, $V_{01} = (0,1,0)$, $V_{02} = (0,2,0)$, $V_{10} = (1,0,0)$, $V_{11} = (1,1,1)$, $V_{12} = (1,2,0)$, $V_{20} = (2,0,0)$, $V_{21} = (2,1,0)$, $V_{22} = (2,2,0)$. Tunjukkan bahawa tampalan permukaan splin-B bikuadratik seragam yang ditakrifkan oleh titik-titik kawalan ini ialah

$$P(u,v) = \left(u+\frac{1}{2}, v+\frac{1}{2}, \frac{(-1-2u+2u^2)(-1-2v+2v^2)}{4}\right)$$ dan 4 titik penjurunya ialah $(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4}), (\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{4}), (\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4})$ dan $(\frac{3}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{4})$.

(c) Beri pemasukan matriks **M** di bahagian (a) supaya tampalan permukaan Bezier bikuadratik diperoleh dengan menggunakan titik kawalan yang sama.

[100 markah]

- ooo O ooo -