
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 2005/2006

April/Mei 2006

MSG 252 – Pengaturcaraan Linear dan Integer

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Arahan: Jawab semua sembilan [9] soalan.

1. Pertimbangkan masalah PL berikut :

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad z &= x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ \text{terhadap} \quad x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3 \\ 2x_1 - x_2 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

- (a) Dapatkan dualnya.
(b) Dapatkan penyelesaian optimum bagi primal berdasarkan penyelesaian dual.

[5 markah]

2. Dapatkan nilai optimum bagi z untuk masalah PL berikut dengan hanya memeriksa dualnya. (Jangan selesaikan dengan kaedah simpleks).

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan} \quad z &= 15x_1 + 4x_2 + 7x_3 \\ \text{terhadap} \quad 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 &\geq 10 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

[5 markah]

3. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad z &= 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\ \text{terhadap} \quad x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq b_1 \\ 3x_1 + 2x_3 &\leq b_2 \\ x_1 + 4x_2 &\leq b_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Penyelesaian
z	a	0	0	e	f	0	1350
x_2	b	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	100
x_3	c	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	230
x_6	d	0	0	-2	1	1	20

Di sini x_4, x_5 dan x_6 masing-masing adalah pembolehubah lalai bagi kekangan 1, 2 dan 3.

Dapatkan

- (a) nilai b_1, b_2, b_3
(b) nilai a, b, c, d, e, f
(c) nilai optimum bagi pembolehubah dual.

[10 markah]

.../3-

4. Pertimbangkan model PL berikut dan tablo optimumnya.

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan} \quad & z = 10x_1 + 12x_2 - 2x_3 \\ \text{Terhadap} \quad & x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 320 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 350 \\ & x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	0	0	0	$\frac{26}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{16}{5}$	2256
x_2	0	1	0	$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	128
x_1	1	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	74
x_3	0	0	1	0	0	1	10

Di sini s_i = pembolehubah lalai bagi kekangan ke $-i$, $i = 1, 2, 3$

- Dari tablo optimum di atas, apakah penyelesaian bagi dual (iaitu nilai pembolehubah dual)?
- Jika nilai sebelah kanan kekangan kedua diubah kepada 400, adakah penyelesaian semasa tetap tersaur? Jika tidak, dapatkan suatu penyelesaian baru yang tersaur.
- Tentukan sama ada penyelesaian optimum semasa akan terjejas jika pembolehubah baru

$$x_4 \text{ dengan } \begin{bmatrix} c_4 \\ a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ditambah.}$$

- Jika $x_1 + x_2 \leq 100$ ditambah kepada masalah asal, adakah penyelesaian optimum semasa terjejas? Jika ya, dapatkan penyelesaian optimum yang baru.

[20 markah]

5. Buktikan Teorem Kedualan Lemah bagi model PL berikut:

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan} \quad & z = cx \\ \text{terhadap} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

[15 markah]

.../4-

6. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

$$\begin{aligned} \text{Minimumkan } z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{terhadap } 3x_1 + x_2 &\geq 3 \\ 4x_1 + 3x_2 &\geq 6 \\ x_1 + x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Penyelesaian
z	0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	0	$\frac{2}{5}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$
x_2	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	0	$\frac{6}{5}$
x_5	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{6}{5}$

Di sini x_3, x_4, x_5 ialah pembolehubah lalai/lebih dari kekangan 1, 2, 3.

Dapatkan penyelesaian optimum yang baru jika x_1 dan x_2 disyaratkan mengambil nilai-nilai integer sahaja. Gunakan kaedah satah potongan.

[10 markah]

7. Selesaikan masalah sifar-satu berikut:

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } z &= 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 2x_4 \\ \text{terhadap } x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 4 \\ 7x_1 + 3x_3 - 4x_4 &\leq 8 \\ 11x_1 - 6x_2 + 3x_4 &\geq 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &= 0 \text{ atau } 1 \end{aligned}$$

[10 markah]

8. Hospital Mutiara sedang merancang penggunaan katil-katil pesakitnya untuk jangkamasa 4 hari yang akan datang. Dalam masa 4 hari masa perancangan terdapat 20, 25 dan 20 pesakit masing-masing yang akan tinggal selama 1, 2 dan 3 hari di hospital tersebut. Bilangan katil yang sedia ada pada masa 4 hari tersebut berturut-turut ialah 20, 30, 30 dan 30. Rumuskan suatu model pengaturcaraan gol bagi meminimumkan kekurangan katil pesakit.

[15 markah]

.../5-

9. Pertimbangkan masalah PL berikut dan tablo optimumnya.

Maksimumkan $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4$

terhadap $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 20$

$2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 14$

$3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 10$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	Penyelesaian
z	0	0	$\frac{13}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{94}{3}$
x_2	0	1	$\frac{2}{3}$	2	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{26}{3}$
x_1	1	0	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{8}{3}$
s_3	0	0	$\frac{8}{3}$	3	$\frac{7}{3}$	$-\frac{8}{3}$	1	$\frac{58}{3}$

Di sini s_1, s_2 dan s_3 masing-masing adalah pembolehubah lalai bagi kekangan 1, 2 dan 3.

Dapatkan penyelesaian optimum yang baru jika x_1 dan x_2 dimestikan mengambil nilai integer sahaja.

[10 markah]

- ooo O ooo -