

CADANGAN CARTA KAWALAN TEGUH PURATA
BERGERAK BERPEMBERAT EKSPONEN UNTUK
VARIANS PROSES

oleh

LIM FERN FERN

Disertasi diserahkan untuk memenuhi
sebahagian keperluan bagi
Ijazah Sarjana Sains Statistik

Mac 2005

788375

rb
f TS156.8
L733
2005

PENGHARGAAN

Pertama sekali saya ingin mengucapkan jutaan terima kasih kepada penyelia saya, Dr. Michael Khoo Boon Chong dari Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Sains Malaysia, yang telah memberi bimbingan dan nasihat yang tidak boleh dinilai harganya. Beliau juga mencadangkan pelbagai bahan bacaan yang berkaitan kepada saya dalam menyiapkan disertasi ini.

Saya juga ingin menyampaikan penghargaan kepada pihak Universiti Sains Malaysia kerana menyediakan kemudahan makmal komputer dan perpustakaan untuk memudahkan saya mencari maklumat dan menyiapkan disertasi ini. Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada rakan-rakan sekursus saya atas bantuan mereka.

Akhir sekali, saya ingin menyatakan terima kasih kepada ahli keluarga saya, kerana mereka telah memberi dorongan dan galakan kepada saya. Walaupun mereka sibuk dalam kerjaya masing-masing, mereka sentiasa meluangkan masa dan memberikan semangat kepada saya.

JADUAL KANDUNGAN

	Muka Surat
PENGHARGAAN	ii
JADUAL KANDUNGAN	iii
SENARAI RAJAH	viii
SENARAI JADUAL	ix
ABSTRAK	x
ABSTRACT	xi
BAB 1	
Pengenalan	
1.1 Definisi Kawalan Mutu	1
1.2 Objektif Disertasi	2
1.3 Organisasi Disertasi	3
BAB 2	
KONSEP ASAS DALAM CARTA KAWALAN	
2.1 Taburan Normal	6

2.2	Taburan Normal Tercemar	8
2.3	Purata Panjang Larian	8
2.4	Cerapan Terpencil	9

BAB 3

CARTA KAWALAN UNTUK DATA SELANJAR DAN DATA ATRIBUT

3.1	Pengenalan	11
3.2	Carta Kawalan $\bar{X} - R$	11
3.3	Carta Kawalan $\bar{X} - S$	14
3.4	Carta Kawalan Teguh R_Q	19
3.5	Carta Kawalan p	20
3.6	Carta Kawalan np	22
3.7	Carta Kawalan c	22

BAB 4

CARTA KAWALAN DENGAN INGATAN

4.1	Carta Kawalan Purata Bergerak Berpemberat Eksponen (Exponentially Weighted Moving Average – EWMA)	
4.1.1	Pengenalan	24
4.1.2	Operasi	24
4.1.3	Kaedah Sweet	25
4.1.4	Kaedah Ng & Case	26
4.1.5	Kaedah Domangue & Patch	28

4.1.6	Kaedah Crowder & Hamilton	29
4.1.7	Kaedah Mac Gregor & Harris	30
4.1.8	Kaedah Gan	31
4.1.9	Perbandingan Pelbagai Pendekatan	33
4.2	Carta Kawalan Hasil Tambah Longgokan (Cumulative Sum – CUSUM)	
4.2.1	Pengenalan	35
4.2.2	Operasi	35
4.2.3	Kaedah Johnson & Leone	36
4.2.4	Kaedah Wadsworth, Stephens & Godfrey	40
4.2.5	Kaedah Chang & Gan	40
4.2.6	Perbandingan Pelbagai Pendekatan	42
4.3	Carta Kawalan Purata Bergerak (Moving Average-MA)	43

BAB 5
CADANGAN CARTA KAWALAN TEGUH PURATA BERGERAK
BERPEMBERAT EKSPONEN BERDASARKAN JULAT SAMPEL (EWMASRQ)

5.1	Pengenalan	45
5.2	Kajian Simulasi Untuk Menilai Prestasi Carta EWMASRQ	47
5.3	Contoh Aplikasi Carta R_p dan EWMASRQ	52
5.3.1	Contoh Pertama	52
5.3.2	Contoh Kedua	56

BAB 6
KESIMPULAN

6.1	Sumbangan Disertasi	60
6.2	Kajian Masa Depan	61

RUJUKAN	63
----------------	-----------

LAMPIRAN-LAMPIRAN

LAMPIRAN A	Pemalar-pemalar yang digunakan untuk membina carta kawalan pembolehubah	65
LAMPIRAN B	Pemalar-pemalar bagi carta R_Q	66
LAMPIRAN C (i)	Pemalar-pemalar, F_3 untuk had kawalan bagi carta EWMASR	67
LAMPIRAN C (ii)	Pemalar-pemalar, F_4 untuk had kawalan bagi carta EWMASR	68
LAMPIRAN D (i)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta R_Q untuk keadaan dalam kawalan	69
LAMPIRAN D (ii)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta R_Q untuk keadaan kehadiran cerapan terencil	71
LAMPIRAN D (iii)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta R_Q untuk keadaan kehadiran sebab terumpukkan	73
LAMPIRAN D (iv)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta R_Q untuk keadaan kehadiran cerapan terencil dan sebab terumpukkan	75

LAMPIRAN D (v)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta EWMASRQ untuk keadaan dalam kawalan	77
LAMPIRAN D (vi)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta EWMASRQ untuk keadaan kehadiran cerapan terpencil	79
LAMPIRAN D (vii)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta EWMASRQ untuk keadaan kehadiran sebab terumpukkan	81
LAMPIRAN D (viii)	Program simulasi untuk menilai prestasi carta EWMASRQ untuk keadaan kehadiran cerapan terpencil dan sebab terumpukkan	83

SENARAI RAJAH

		Muka Surat
Rajah 2.1	Peratusan Nilai-nilai Populasi di Bawah Taburan Normal	7
Rajah 3.1	Helaian Semakan bagi Carta $\bar{X} - R$	13
Rajah 4.1	Penskalaan CUSUM bagi julat sampel	37
Rajah 4.2	CUSUM bagi varians sampel (had satu sisi untuk mengesan tokokan dalam varians)	39
Rajah 4.3	CUSUM bagi varians sampel (had-had dua sisi)	39
Rajah 5.1	Carta R_Q dan EWMSRQ bagi indeks peleburan	55
Rajah 5.2	Carta R_Q dan EWMSRQ bagi keluaran benang kapas	59

SENARAI JADUAL

		Mukasurat
Jadual 4.1	Pemalar-pemalar bagi carta kawalan EWMA untuk varians proses	26
Jadual 4.2	Perbandingan pelbagai pendekatan untuk carta EWMA	34
Jadual 4.3	Perbandingan bagi pelbagai pendekatan bagi carta CUSUM	42
Jadual 5.1	Faktor had kawalan G_2 bagi carta EWMA SRQ	48
Jadual 5.2	Faktor had kawalan G_3 bagi carta EWMA SRQ	49
Jadual 5.3	Kadar isyarat luar kawalan bagi carta R_Q dan EWMA SRQ untuk empat keadaan yang berlaianan	51
Jadual 5.4	Subkumpulan bagi data indeks peleburan, julat sampel, julat sampel antara kuartil dan statistik, \hat{V}_i	53
Jadual 5.5	Kiraan had-had kawalan bagi carta R_Q dan EWMA SRQ	54
Jadual 5.6	Subkumpulan bagi data benang kapas, julat sampel, julat sampel antara kuartil dan statistik, \hat{V}_i	57
Jadual 5.7	Kiraan had-had kawalan bagi carta R_Q dan EWMA SRQ	58

ABSTRAK

Dalam kajian ini, kami mencadangkan satu cara untuk mengawal varians proses bagi data yang mengandungi cerapan terpencil. Carta yang sering digunakan dalam kawalan varians proses bagi data tercemar ialah carta R_Q . Walau bagaimanapun, carta ini kurang peka terhadap pengesanan cerapan terpencil yang melibatkan varians yang kecil. Untuk mengatasi kelemahan ini, carta EWMSRQ telah dicadangkan. Carta EWMSRQ merupakan alternatif yang baik dalam kawalan varians proses bagi data tercemar, yakni data yang mempunyai cerapan terpencil. Cerapan-cerapan terpencil terdiri daripada cerapan-cerapan yang nilainya lebih besar atau lebih kecil daripada kebanyakan data yang lain dalam suatu proses. Kehadiran cerapan-cerapan terpencil mewakili berlakunya isyarat luar kawalan yang perlu dikesan oleh carta kawalan. Had-had kawalan carta EWMSRQ adalah berdasarkan penganggar julat antara kuartil, yakni had-had tersebut adalah kurang dipengaruhi oleh cerapan-cerapan terpencil. Oleh itu, jarak had-had kawalan carta EWMSRQ tidak akan meningkat akibat kehadiran cerapan-cerapan terpencil dalam suatu proses. Ini menjadikan carta EWMSRQ yang dicadangkan peka terhadap pengesanan cerapan-cerapan terpencil. Prestasi carta EWMSRQ akan dinilai untuk empat kes berlainan yang akan dibincangkan kemudian. Contoh-contoh untuk menunjukkan bagaimana carta EWMSRQ digunakan dalam situasi sebenar akan turut diberikan.

A PROPOSED ROBUST EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE

CONTROL CHART FOR THE PROCESS VARIANCE

ABSTRACT

In this study, we suggest an approach for the monitoring of the process variance of the data which contain outliers. The chart which is usually used in the monitoring of the process variance for contaminated data is the R_Q chart. However, this chart is less sensitive in the detection of outliers involving small variance. To overcome this shortcoming, the EWMSRQ chart is proposed. The EWMSRQ chart is a good alternative in the monitoring of the process variance for contaminated data, i.e., those that contain outliers. Outliers consist of observations whose values are larger or smaller than most of the data in a process. The presence of the outliers indicate the occurrence of out-of-control signals which must be detected by a control chart. The control limits of the EWMSRQ chart are based on the interquartile range estimator, hence they are less affected by outliers. Thus, the distance of the limits of the EWMSRQ chart will not be stretched by the presence of outliers in a process. This makes the proposed EWMSRQ chart sensitive in the detection of outliers. The performance of the EWMSRQ chart will be evaluated for four different cases that will be discussed later. Examples that show how the EWMSRQ chart is used in real situations will also be given.

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Definisi Kawalan Mutu

Sumbangan yang diberikan oleh Dr. W.A. Shewhart, Dr. W.E. Deming, Dr. J.M. Juran dan Dr. K. Ishikawa amat bermakna dalam meningkatkan kualiti barangan yang terdapat di pasaran sama ada barangan elektronik, pembinaan, komputer, jentera, kimia dan sebagainya (Montgomery, 2001).

Secara amnya, sesuatu barangan dikatakan berkualiti jika barangan tersebut dapat memenuhi piawaian spesifikasi yang telah ditetapkan, melibatkan kos yang berpatutan, dihasilkan dalam kuantiti yang mencukupi serta penghantaran mengikut masa yang telah ditetapkan. Secara ringkas, kualiti adalah gabungan Q, C, D, dan S (Mohd Zaid Yusuf, 1996), yang mana

$$\text{Kualiti} = Q + C + D + S$$

dengan, Q = kuantiti

C = kos

D = penghantaran

S = spesifikasi

Barangan yang benar-benar berkualiti dapat dihasilkan jika teknik-teknik yang terdapat dalam kawalan mutu seperti gambarajah Pareto, gambarajah sebab dan akibat, helaian semakan, histogram, gambarajah pengelasan, gambarajah sebaran, carta kawalan (termasuk carta kawalan $\bar{X} - R$, $\bar{X} - S$, p , np dan c) dan sebagainya dapat difahami

dan digunakan dengan betul oleh semua pihak sama ada pengeluar barangan tersebut, pembekal bahan mentah, bahagian senggaraan dan sebagainya. Teknik-teknik yang terdapat dalam kawalan mutu digunakan untuk memproses data, menganalisis data, serta menyelesaikan atau mengatasi sesuatu masalah berpandukan data yang dikumpulkan. Seterusnya, untuk menghasilkan barangan yang berkualiti, pihak pengeluar atau pembekal bahan mentah juga mestilah memahami cara-cara untuk melakukan pensampelan dengan menggunakan kaedah-kaedah pensampelan yang betul seperti pensampelan tunggal, pensampelan ganda dua, pensampelan berganda dan sebagainya (Montgomery, 2001).

Selanjutnya untuk memantapkan lagi kualiti barangan yang dihasilkan, jabatan kawalan mutu mestilah berfungsi mengikut cara yang sepatutnya. Oleh itu, jabatan ini mestilah diletakkan pada polisi atau dasar sesebuah syarikat supaya tidak menjejaskan kualiti barangan yang dikeluarkan oleh syarikat tersebut. Di samping itu, untuk menyelesaikan masalah kualiti yang melibatkan bahagian-bahagian lain seperti bahagian senggaraan, bahagian pembuatan, bahagian kawalan pengeluaran, bahagian pemeriksaan, bahagian jualan, bahagian eksport dan import dan sebagainya, jawatankuasa kawalan mutu perlu juga diwujudkan dalam sesebuah syarikat (Duncan, 1986).

1.2 Objektif Disertasi

Objektif utama disertasi saya adalah untuk mencadangkan carta kawalan teguh purata bergerak berpemberat eksponen bagi julat sampel (carta EWMASRQ). Prestasi carta EMWASRQ yang dicadangkan akan dibandingkan dengan prestasi carta teguh untuk julat sampel yang sedia ada, yakni carta R_p untuk kes proses yang berada dalam kawalan, kehadiran cerapan terencil, kehadiran sebab terumpukkan serta kehadiran

cerapan terpercil dan sebab terumpukkan. Program SAS versi 8 akan digunakan dalam kajian simulasi yang dijalankan..

Pelbagai magnitud anjakan dalam proses varians untuk kes kehadiran sebab terumpukkan sahaja dan kes kehadiran cerapan terpercil dan sebab terumpukkan akan dipertimbangkan. Nilai pemalar pelicinan α dalam selang 0.1 hingga 0.9 bagi carta EWMSRQ akan dipertimbangkan. Prestasi kedua-dua carta R_o dan EWMSRQ akan dinilai berdasarkan keupayaan mereka untuk memberikan isyarat luar kawalan. Secara ringkas, carta kawalan EMWASRQ yang dicadangkan mempunyai prestasi yang lebih baik daripada carta kawalan R_o kerana carta kawalan EMWASRQ memberikan kadar isyarat luar kawalan yang lebih tinggi. Dua contoh aplikasi untuk carta EWMSRQ turut dibincangkan untuk membolehkan pembaca memahami bagaimana carta ini digunakan dalam keadaan sebenar.

Selain itu, disertasi ini turut membincangkan sorotan literatur untuk pelbagai carta kawalan bagi data selanjar dan atribut di samping takrif-takrif penting dalam kawalan kualiti.

1.3 Organisasi Disertasi

Disertasi ini dibahagikan kepada 6 bab utama. Bab 1 membincangkan pengenalan dan objektif disertasi ini. Pendahuluan dalam bab ini menghuraikan bagaimana sesuatu barangan itu dikatakan berkualiti.

Bab 2 pula menghuraikan konsep asas dalam carta kawalan. Penjelasan terperinci untuk taburan normal, taburan normal tercemar, purata panjang larian dan cerapan terpencil akan dimuatkan dalam bab ini.

Dalam Bab 3 pula, perbincangan ringkas tentang jenis-jenis carta kawalan yang digunakan dalam kawalan proses akan diberikan. Carta kawalan untuk data selanjar yang sering digunakan ialah carta $\bar{X}-R$, dan $\bar{X}-S$. Bagi data atribut pula, carta kawalan yang kerap digunakan ialah carta p , np dan c . Untuk proses yang disyaki mempunyai tahap cerapan terpencil yang tinggi pula, carta \bar{X}_Q-R_Q sering digunakan.

Suatu tinjauan ringkas pelbagai carta kawalan dengan ingatan akan diberikan dalam Bab 4. Pelbagai jenis carta kawalan purata bergerak berpemberat eksponen (EWMA) dan carta hasil tambah longgokan (CUSUM) akan dibincangkan. Bab ini akan diakhiri dengan perbincangan ringkas tentang carta purata bergerak (MA).

Cadangan carta kawalan teguh purata bergerak berpemberat eksponen bagi julat sampel (carta EWMSRQ) akan dibincangkan dalam Bab 5. Kajian simulasi dijalankan dengan program SAS versi 8 untuk menilai dan membandingkan prestasi carta kawalan R_Q dengan carta EWMSRQ dalam bab ini. Prestasi kadar isyarat luar kawalan untuk keempat-empat keadaan, iaitu proses dalam kawalan, kehadiran cerapan terpencil, kehadiran sebab terumpukkan serta kehadiran cerapan terpencil dan sebab terumpukkan bagi carta EWMSRQ dan R_Q akan dinilai dan dibandingkan.

Bab 6 membicarakan sumbangan disertasi ini. Cadangan kajian masa depan untuk memberi panduan kepada mereka yang berminat menjalankan kajian tambahan dalam bidang ini akan turut diberikan.

BAB 2

KONSEP ASAS DALAM CARTA KAWALAN

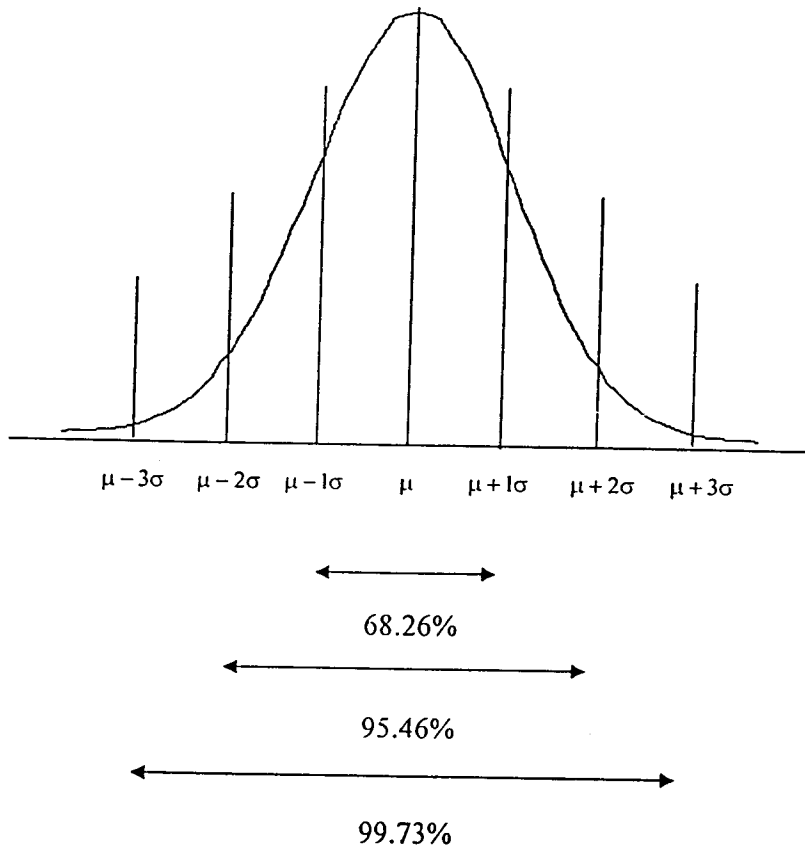
2.1 Taburan Normal

Taburan normal merupakan taburan terpenting dalam teori dan penggunaan statistik, khususnya dalam bidang kawalan kualiti. Jika X ialah suatu pembolehubah rawak normal (Montgomery, 2001), maka fungsi ketumpatannya ialah

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \text{eks} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad -\infty < x < \infty. \quad (2.1)$$

Parameter-parameter untuk taburan normal ialah min, μ ($-\infty < \mu < \infty$) dan varians $\sigma^2 > 0$. Tatatanda $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ sering digunakan untuk menunjukkan bahawa X bertaburan normal dengan min μ dan varians σ^2 . Taburan normal adalah simetri dan mempunyai lengkung berbentuk loceng.

Bagi julat $\mu \pm 1\sigma$, 68.26% daripada nilai-nilai populasi jatuh dalam selang itu. Bagi julat $\mu \pm 2\sigma$ pula, 95.46% daripada nilai-nilai populasi jatuh di antaranya. Bagi julat $\mu \pm 3\sigma$ pula, 99.73% daripada nilai-nilai populasi jatuh di antaranya. Peratusan-peratusan ini diringkaskan dalam Rajah 2.1.



Rajah 2.1 Peratusan Nilai-nilai Populasi di Bawah Taburan Normal

Sumber: Montgomery (2001)

Taburan normal longgokan ditakrifkan sebagai kebarangkalian bahawa pembolehubah rawak normal X adalah kurang daripada atau sama dengan suatu nilai tertentu a seperti yang diberikan dalam persamaan berikut (Montgomery, 2001):

$$P(X \leq a) = F(a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \text{eks} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right] dx. \quad (2.2)$$

Dengan transformasi,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \quad (2.3)$$

penyelesaian kamiran dalam persamaan (2.2) adalah bebas daripada μ dan σ^2 (Montgomery, 2001). Ini bermakna

$$P(X \leq a) = P\left(Z \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.4)$$

yang mana $\Phi(\cdot)$ merupakan fungsi taburan longgokan normal piawai. Transformasi dalam persamaan (2.3) menukarkan pembolehubah rawak normal, $N(\mu, \sigma^2)$ kepada pembolehubah rawak normal piawai, $N(0,1)$ (Montgomery, 2001).

2.2 Taburan Normal Tercemar

Taburan normal tercemar ialah suatu taburan campuran yang mempunyai cerapan-cerapan daripada beberapa taburan normal. Suatu jenis taburan normal tercemar yang asas terdiri daripada dua taburan normal dengan min yang sama tetapi varians yang berlainan. Kebanyakan cerapan berasal daripada taburan normal dengan varians yang lebih kecil. Hanya sebilangan kecil daripada cerapan mempunyai varians yang lebih besar. Taburan normal tercemar mempunyai ekor yang berat berbanding dengan taburan normal. Jika kadaran cerapan daripada taburan normal tercemar adalah kecil, maka taburan normal tercemar boleh dipertimbangkan sebagai taburan normal dengan cerapan terpercil (Tukey, 1960).

2.3 Purata Panjang Larian

Purata panjang larian (ARL) ialah purata bilangan cerapan yang perlu diplotkan pada carta kawalan sebelum isyarat luar kawalan yang pertama diberikan. Bagi carta kawalan Shewhart, ARL dapat dikira berdasarkan rumus berikut (Montgomery, 2001):

$$ARL = 1/p \quad (2.5)$$

dengan p = kebarangkalian satu titik sebarang jatuh di luar had-had kawalan. ARL

boleh dibahagikan kepada ARL_0 nominal, ARL_0 yang dikenali sebagai ARL dalam kawalan dan ARL_1 yang dikenali sebagai ARL luar kawalan. Rumus-rumus ARL_0 dan ARL_1 adalah seperti berikut:

$$ARL_0 = 1/\alpha \quad (2.6)$$

dan

$$ARL_1 = 1/(1-\beta) \quad (2.7)$$

α merupakan kebarangkalian kadar isyarat palsu (ralat Jenis-I) apabila proses sebenarnya berada dalam kawalan. Sementara itu, β merupakan kebarangkalian satu titik memberi isyarat dalam kawalan apabila proses sebenarnya berada di luar kawalan (ralat Jenis-II).

2.4 Cerapan Terpencil

Kita dapat mentafsirkan bahawa kebolehpercayaan sesuatu cerapan dalam satu pemerhatian ditentukan oleh hubungannya dengan cerapan-cerapan lain dalam satu pemerhatian yang berlainan tetapi di bawah situasi yang sama. Jika wujud cerapan-cerapan yang mana pada pendapat pemerhati adalah berbeza secara bererti daripada kebanyakan data, cerapan-cerapan sedemikian dikenali sebagai cerapan-cerapan terpencil (Beckman & Cook, 1983).

Punca berlaku cerapan terpencil disebabkan oleh tiga perkara iaitu kelemahan model global, kelemahan model setempat dan variasi semulajadi (Beckman & Cook, 1983). Bagi model global dan kelemahan model setempat, cerapan terpencil diputuskan secara tersirat atau tersurat. Kewujudan cerapan-cerapan terpencil menyebabkan sesuatu model tidak dapat menyediakan penyuaian (fitting) yang dikehendaki. Bagi variasi semulajadi,

sesuatu cerapan terpencil mungkin berlaku kerana variasi semulajadi dan tidak melibatkan kelemahan sesuatu model.

Dalam suatu proses, cerapan terpencil (outliers) terdiri daripada kehadiran satu atau dua cerapan yang nilainya lebih besar atau kecil daripada kebanyakan cerapan dalam proses itu (Rocke, 1992). Cerapan terpencil wujud akibat kehadiran sebab terumpukkan dan kesilapan semasa merekod data. Kehadiran cerapan terpencil menyebabkan carta kawalan kurang sensitif dalam pengesanan anjakan oleh sebab kelebaran had-had kawalan yang dianggarkan akan meningkat. Justeru, kecekapan carta kawalan untuk mengesan sebarang isyarat luar kawalan akan berkurangan.

BAB 3

CARTA KAWALAN UNTUK DATA SELANJAR DAN DATA ATRIBUT

3.1 Pengenalan

Carta kawalan adalah kaedah bergraf yang digunakan untuk mengenalpasti sama ada sesuatu proses berada dalam kawalan atau sebaliknya pada suatu jangka masa tertentu. Ini adalah kerana dalam proses pengeluaran sesuatu barangan, terdapat perubahan (sama ada dari segi saiz, bentuk, spesifikasi dan sebagainya) dalam barangan yang dikeluarkan. Terdapat dua jenis perubahan, iaitu (Mohd Zaid Yusof, 1996):

- Perubahan yang tidak diketahui puncanya; dan
- Perubahan yang boleh ditentukan puncanya. Perubahan yang boleh ditentukan puncanya boleh diperbaiki.

Terdapat beberapa jenis carta kawalan (Mohd Zaid Yusof, 1996) yang selalu digunakan dalam kawalan proses. Carta kawalan untuk data selanjar yang sering digunakan ialah carta $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$ manakala carta kawalan untuk data atribut yang kerap digunakan ialah carta p, np dan c .

3.2 Carta Kawalan $\bar{X} - R$

Carta kawalan \bar{X} digunakan untuk mengenalpasti perubahan dalam min bagi suatu proses dan carta kawalan R pula digunakan untuk mengesan perubahan serakan dalam proses.

Data yang dipungut untuk kegunaan carta kawalan $\bar{X} - R$ perlu direkod dengan betul dengan menggunakan helaian semakan yang sesuai. Rekabentuk helaian semakan bergantung kepada jenis proses dan pemeriksaan. Pada amnya, helaian semakan dibahagikan kepada tiga bahagian (Mohd Zaid Yusof, 1996), iaitu:

- Tajuk utama
- Kandungan helaian semakan
- Bahagian terakhir

Tajuk utama mengandungi spesifikasi barangan, operasi, mesin, saiz sampel, sukatan, jabatan, pemeriksa dan maklumat-maklumat lain yang difikirkan perlu. Perlu diingatkan bahawa tajuk utama perlu diisi selengkapnya.

Kandungan helaian semakan mengandungi maklumat berkenaan sampel, ukuran yang dibuat, nilai min dan julat. Bahagian terakhir mengandungi pengiraan bagi had kawalan atas (*UCL*) dan had kawalan bawah (*LCL*).

Carta kawalan digunakan untuk mengawal kestabilan dalam sesuatu proses. Untuk menentukan sama ada sesuatu proses berada dalam kawalan, had kawalan diperlukan.

Terdapat tiga garisan mendatar pada carta kawalan (Mohd Zaid Yusof, 1996), iaitu:

- Garis tengah yang digunakan untuk menunjukkan aras kawalan piawai bagi sesuatu proses.
- Had kawalan atas yang menunjukkan had atas yang dibenarkan dalam proses.
- Had kawalan bawah yang menunjukkan had bawah yang dibenarkan dalam proses.

Skala kualiti ditandakan mengikut sifat-sifat kualiti (sama ada pembolehubah atau atribut) bagi setiap sampel. Ciri-ciri kualiti bagi sesuatu proses yang diplotkan pada carta kawalan merupakan nilai min-min sampel yang dikira.

Helaian Semakan Carta Kawalan $\bar{X} - R$		
Nama Barangan:	Spesifikasi:	
Jabatan:	Pemeriksa:	
Mesin:	Saiz sampel:	
Operasi:	Tarikh:	
Operator:		
Sampel	Ukuran	\bar{X} R
1	$x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5$	
2		
n		
Pengiraan $\bar{\bar{X}} =$ $\bar{R} =$ $UCL =$ $LCL =$ $UCL_R =$ $LCL_R =$		

Rajah 3.1 Helaian Semakan bagi Carta $\bar{X} - R$

Sumber: Mohd Zaid Yusof (1996)

Carta kawalan \bar{X} dan R masing-masing terdiri daripada garis tengah, had kawalan atas (UCL) dan had kawalan bawah (LCL). Had-had kawalan atas dan bawah bagi carta \bar{X} ialah (Montgomery, 2001)

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \tag{3.1a}$$

dan

$$LCL = \bar{X} - A_2 \bar{R} \quad (3.1b)$$

manakala untuk carta R ialah

$$UCL = D_4 \bar{R} \quad (3.2a)$$

dan

$$LCL = D_3 \bar{R}. \quad (3.2b)$$

Nilai-nilai pemalar A_2 , D_3 dan D_4 adalah berdasarkan saiz sampel n dalam Lampiran A. Suatu titik yang plot di atas UCL atau di bawah LCL bagi carta \bar{X} menunjukkan berlakunya anjakan dalam min proses. Demikian juga kewujudan titik yang plot di atas UCL atau di bawah LCL mewakili berlakunya anjakan dalam varians proses.

3.3 Carta Kawalan $\bar{X} - S$

Walaupun carta $\bar{X} - R$ digunakan secara meluas, tetapi carta $\bar{X} - S$ lebih digemari daripada carta $\bar{X} - R$ apabila salah satu daripada keadaan di bawah berlaku:

- Saiz subkumpulan, n adalah besar, iaitu $n > 10$ kerana kecekapan menggunakan julat sampel menurun apabila saiz sampel adalah besar.
- Saiz subkumpulan, n adalah berbeza-beza.

Jika σ^2 merupakan varians yang nilainya tidak diketahui daripada suatu taburan, maka penganggar saksama bagi σ^2 yang dianggarkan ialah varians sampel yang dikira dengan menggunakan rumus berikut (Montgomery, 2001):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (3.3)$$

Sisihan piawai sampel, S bukan penganggar saksama bagi σ . Jika taburan asas bagi suatu proses ialah taburan normal, maka S ialah penganggar saksama untuk $c_4\sigma$. c_4 ialah nilai pemalar yang bergantung kepada saiz subkumpulan, n (rujuk Lampiran A), iaitu

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1} \right)^{1/2} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \quad (3.4)$$

Pertimbangkan kes yang mana nilai sisihan piawai σ diberikan. Min dan sisihan piawai bagi sisihan piawai sampel ialah

$$E(S) = c_4\sigma \quad (3.5)$$

dan

$$\sigma_s = \sigma\sqrt{1-c_4^2} \quad (3.6)$$

Maka, had-had kawalan 3-sigma untuk carta S ialah (Montgomery, 2001):

$$UCL = c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} \quad (3.7a)$$

dan

$$LCL = c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} \quad (3.7b)$$

Takrifkan pemalar-pemalar

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad (3.8a)$$

dan

$$B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2} \quad (3.8b)$$

Nilai-nilai B_5 dan B_6 untuk saiz sampel, n yang berlainan diberikan dalam Lampiran A. Jadi, menurut Montgomery (2001), had-had kawalan untuk carta S dengan nilai sisihan piawai σ diberi ialah

$$UCL = B_6\sigma \quad (3.9a)$$

$$CL = c_4\sigma \quad (3.9b)$$

$$LCL = B_5\sigma \quad (3.9c)$$

Dalam kes di mana nilai sasaran bagi sisihan piawai σ tidak diketahui, kita perlu menganggarkan nilai σ dengan menganalisis data yang lalu. Andaikan bahawa terdapat m subkumpulan permulaan dengan setiap satu subkumpulan bersaiz n dan biarkan S_i sebagai sisihan piawai bagi subkumpulan ke- i . Min bagi sisihan piawai sampel untuk m subkumpulan tersebut ialah

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i. \quad (3.10)$$

$\frac{\bar{S}}{c_4}$ ialah penganggar saksama bagi σ . Maka, had-had kawalan 3 sigma bagi carta S ialah

$$UCL = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (3.11a)$$

$$CL = \bar{S} \quad (3.11b)$$

$$LCL = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}. \quad (3.11c)$$

Biasanya kita takrifkan pemalar

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (3.12a)$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (3.12b)$$

Akhirnya, kita boleh menulis rumus had-had kawalan bagi carta S sebagai

$$UCL = B_4 \bar{S} \quad (3.13a)$$

$$CL = \bar{S} \quad (3.13b)$$

$$LCL = B_3 \bar{S} \quad (3.13c)$$

yang mana $B_4 = \frac{B_6}{c_4}$ dan $B_3 = \frac{B_5}{c_4}$.

Apabila $\frac{\bar{S}}{c_4}$ digunakan untuk menganggarkan σ , kita takrifkan had-had kawalan bagi carta \bar{X} sebagai:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}} \quad (3.14a)$$

$$CL = \bar{\bar{X}} \quad (3.14b)$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}} \quad (3.14c)$$

Biarkan pemalar $A_3 = \frac{3}{(c_4 \sqrt{n})}$, maka had-had kawalan bagi carta \bar{X} ialah:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \quad (3.15a)$$

$$CL = \bar{\bar{X}} \quad (3.15b)$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \quad (3.15c)$$

Pemalar-pemalar B_3, B_4 dan A_3 boleh didapati dalam Lampiran A.

Perhatikan bahawa kita telah menganggarkan sisihan piawai sampel sebagai

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.16)$$

Terdapat juga buku yang menakrifkan S dalam cara yang berlainan iaitu $n-1$ dalam penyebut digantikan dengan n . Dalam kes ini definisi-definisi bagi pemalar-pemalar

c_4, B_3, B_4 dan A_3 juga berlainan. Pemalar-pemalar yang digunakan ialah c_2, B_1, B_2 dan A_1 masing-masing.

Pada masa dahulu, jurutera kualiti lebih suka menggunakan carta R daripada carta S kerana pengiraan julat sampel R daripada setiap sampel adalah lebih mudah. Sebaliknya, carta S melibatkan pengiraan yang rumit. Akan tetapi, penggunaan teknologi moden pada masa kini membenarkan kita mengira sisihan piawai sampel, S dengan cepat tanpa sebarang kerumitan.

Bagi carta kawalan $\bar{X} - S$ dengan saiz sampel yang tidak malar, andaikan jika n_i ialah saiz bagi sampel ke- i , maka,

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (3.17)$$

dan

$$\bar{S} = \left[\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m} \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

ialah masing-masing garis tengah untuk carta kawalan \bar{X} dan S masing-masing. Had-had kawalan bagi carta S dan \bar{X} akan dikira dengan menggunakan persamaan-persamaan (3.13a-c) dan (3.14a-c) masing-masing.

3.4 Carta Kawalan Teguh R_Q

Rocke (1992) telah mencadangkan penggunaan carta kawalan teguh untuk julat sampel. Carta R_Q merupakan carta teguh bagi julat sampel yang mana had-had kawalannya adalah kurang dipengaruhi oleh cerapan terencil (outliers). Dalam sesuatu proses, titik terencil terdiri daripada kehadiran satu atau dua cerapan yang nilainya lebih besar atau kecil daripada kebanyakan cerapan dalam suatu sampel.

Titik terencil wujud akibat kehadiran sebab terumpukkan, dan kesilapan semasa merekod data. Kehadiran titik terencil menyebabkan carta kawalan tradisional Shewhart menjadi kurang sensitif. Justeru, kecekapan carta Shewhart untuk mengesan sebarang isyarat luar kawalan yang hadir akan berkurangan.

Andaikan bahawa cerapan-cerapan dalam subkumpulan dengan saiz sampel n yang disusun mengikut tertib menaik adalah seperti berikut $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. Maka, julat sampel, R dan julat antara kuartil (interquartile range), IQR ialah masing-masing

$$R = X_{(n)} - X_{(1)} \quad (3.19)$$

dan

$$IQR = X_{(b)} - X_{(a)} \quad (3.20)$$

dengan $a = \left\lceil \frac{n}{4} \right\rceil + 1$ dan $b = n - a + 1$. Min bagi statistik-statistik R dan

IQR ialah (Rocke, 1992) masing-masing

$$\begin{aligned} E(R) &= d_2 \sigma \\ &= E(X_{(n)}) - E(X_{(1)}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

dan

dengan $a = \left\lceil \frac{n}{4} \right\rceil + 1$ dan $b = n - a + 1$. Min bagi statistik-statistik R dan

IQR ialah (Rocke, 1992) masing-masing

$$\begin{aligned} E(R) &= d_2 \sigma \\ &= E(X_{(n)}) - E(X_{(1)}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

dan

$$\begin{aligned} E(IQR) &= d_2^Q \sigma \\ &= E(X_{(n)}) - E(X_{(a)}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

dengan d_2 dan d_2^Q adalah pemalar-pemalar (rujuk Lampiran A dan B). Had-had kawalan untuk carta R_Q ialah (Rocke, 1992)

$$\begin{aligned} UCL &= \frac{d_2 \overline{IQR}}{d_2^Q} + 3 \frac{d_3 \overline{IQR}}{d_2^Q} \\ &= D_4^Q \overline{IQR} \end{aligned} \quad (3.23a)$$

dan

$$\begin{aligned} LCL &= \frac{d_2 \overline{IQR}}{d_2^Q} - 3 \frac{d_3 \overline{IQR}}{d_2^Q} \\ &= D_3^Q \overline{IQR} \end{aligned} \quad (3.23b)$$

Pemalar-pemalar $D_3^Q = \max\left\{0, \frac{d_2 - 3d_3}{d_2^Q}\right\}$ dan $D_4^Q = \frac{d_2 + 3d_3}{d_2^Q}$ diberikan dalam

Lampiran B.

Carta R_Q adalah lebih berkesan untuk mengesan cerapan-cerapan terpencil dalam subkumpulan berbanding dengan carta R . Selain itu, carta R_Q juga lebih sensitif untuk mengesan sebab-sebab terumpukkan yang wujud jika dibandingkan dengan carta R yang

asas. Carta R_p juga lebih peka untuk mengesan sebarang isyarat luar kawalan dengan tidak meningkatkan kadar isyarat palsu (Rocke, 1992).

3.5 Carta Kawalan p

Carta kawalan untuk data selangar seperti carta $\bar{X} - R$ dan $\bar{X} - S$ ialah kaedah terbaik untuk mengawal proses. Walau bagaimanapun terdapat kelemahan dalam carta-carta jenis ini. Kelemahannya ialah carta-carta ini tidak dapat digunakan jika data yang dipungut adalah jenis atribut. Untuk menangani masalah ini, carta kawalan p digunakan.

Istilah atribut dalam kawalan mutu merujuk kepada cirian kualiti yang diklasifikasikan sebagai baik atau buruk. Terdapat dua jenis atribut (Mohd Zaid Yusof, 1996):

- Dalam kes sifat, seperti warna, kerosakan, kemasan permukaan, calar, bahagian yang hilang, hadir atau tidak hadir, atau tidak mungkin untuk mengukur sesuatu keluaran kecuali dari segi “baik” atau “buruk”.
- Apabila pengukuran boleh dibuat tetapi tidak dilakukan kerana kos atau masa.

Penggunaan carta kawalan p adalah untuk mengenalpasti nisbah kerosakan barangan atau bahagian yang diperiksa mengikut sesuatu jangka masa. Ia juga untuk memaklumkan kepada pihak pengurusan tentang tahap mutu barangan. Carta p juga digunakan untuk mengenalpasti mana-mana barangan yang terkeluar dari kawalan dan seterusnya membuat pembetulan. Selain itu, carta p juga menentukan ciri-ciri penerimaan sesuatu barangan sebelum barangan itu dapat dipasarkan kepada pengguna.

Saiz sampel untuk carta kawalan p adalah antara 20 hingga 25. Jika saiz sampel adalah

terlalu besar, ia akan melibatkan kos yang tinggi. Manakala sampel yang bersaiz terlalu kecil mengakibatkan tahap kejituan dan kebolehpercayaannya dipertikai.

Untuk mencari purata kerosakan per unit inspeksi, rumus berikut digunakan (Mohd Zaid Yusof, 1996):

$$\bar{p} = \frac{\text{Jumlah bilangan kerosakan}}{\text{Bilangan unit inspeksi}} \quad (3.24)$$

Sisihan piawai untuk \bar{p} dikira dengan rumus berikut:

$$S_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad (3.25)$$

Had kawalan atas dan bawah untuk carta p ialah

$$UCL = \bar{p} + 3S_{\bar{p}} \quad (3.26a)$$

dan

$$LCL = \bar{p} - 3S_{\bar{p}}. \quad (3.26b)$$

3.6 Carta Kawalan np

Perbezaan antara carta p dan carta np ialah, carta np digunakan untuk mengawal bilangan kerosakan manakala carta kawalan p digunakan untuk mengawal nisbah kerosakan dalam sesuatu proses. Garis tengah untuk carta np ialah (Zulkifley, 1998)

$$CL = n\bar{p}. \quad (3.27a)$$

Had kawalan atas dan bawah untuk carta np ialah

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad (3.27b)$$

dan

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}. \quad (3.27c)$$

masing-masing. Dalam persamaan-persamaan di atas, \bar{p} dikira dengan menggunakan rumus dalam persamaan (3.24) manakala n mewakili saiz sampel.

3.7 Carta Kawalan c

Menurut Montgomery (2001), carta kawalan ini adalah untuk mengawal bilangan kecacatan yang diperoleh dalam suatu unit inspeksi. Carta ini dibina berdasarkan bilangan kecacatan yang tidak memenuhi spesifikasi yang didapati dalam satu unit inspeksi. Bilangan kecacatan yang berlaku dalam satu unit inspeksi adalah dianggap bertaburan Poisson. Unit-unit yang diperiksa mestilah sama jenis untuk setiap sampel. Carta kawalan ini juga dikenali sebagai carta untuk produk yang tidak memenuhi spesifikasi (nonconforming).

Nilai-nilai \bar{c} , UCL dan LCL dikira dengan menggunakan persamaan-persamaan berikut:

$$\bar{c} = \frac{\text{Jumlah kecacatan}}{\text{Bilangan unit inspeksi}}, \quad (3.28)$$

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad (3.29a)$$

dan

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \quad (3.29b)$$

yang mana \bar{c} ialah purata bilangan kecacatan per unit inspeksi, UCL ialah had kawalan atas manakala LCL ialah had kawalan bawah.

BAB 4

CARTA KAWALAN DENGAN INGATAN

4.1 Carta Kawalan Purata Bergerak Berpemberat Eksponen (Exponentially Weighted Moving Average – EWMA)

4.1.1 Pengenalan

Carta kawalan purata bergerak berpemberat eksponen (EWMA) diperkenalkan oleh Roberts (1959). Carta EWMA merupakan suatu alternatif yang baik kepada carta kawalan Shewhart untuk mengesan anjakan yang kecil dalam proses. Carta EWMA biasanya digunakan untuk mengawal proses yang terdiri daripada data jenis ukuran individu.

Pembentukan carta EWMA melibatkan penentuan nilai pemalar pelicinan, λ . Nilai pemalar pelicinan, λ memainkan peranan penting dalam carta EWMA. Ia menentukan kadar sambutan terhadap anjakan dalam sebarang proses. Secara amnya, nilai λ yang kecil adalah lebih sensitif untuk mengesan anjakan yang kecil manakala nilai λ yang besar pula lebih sensitif kepada anjakan yang besar.

4.1.2 Operasi

Statistik EWMA dihuraikan sebagai

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda)Z_{t-1}, \quad 0 < \lambda \leq 1, \quad t = 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

yang mana λ ialah pemalar pelicinan,

X_t = ukuran individu yang tercerap pada masa t ,