
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2005/2006

November 2005

MAT 282 – Pengiraan Kejuteraan I

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua EMPAT** soalan.

...2/-

1. (a) Tunjukkan bahawa fungsi $f(x) = 6x^5 + 20x^3 - 9$ mempunyai satu dan hanya satu sifar di antara $x = 0$ dengan $x = 1$. Cari punca ini dengan menggunakan Kaedah Newton – Raphson tepat hingga tujuh (7) tempat perpuluhan.

[40 markah]

- (b) Diberi sistem persamaan linear

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 = 16$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 10$$

$$x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 12$$

- (i) Selesaikan sistem ini dengan kaedah penghapusan Gauss.
 (ii) Selesaikan sistem ini dengan kaedah lelaran Gauss-Seidel. Lakukan

sebanyak tiga (3) lelaran dan ambil penyelesaian awal, $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

- (iii) Dapatkan songsang matriks pekali bagi sistem ini.
 (iv) Kira nombor suasana bagi matriks pekali sistem ini dengan menggunakan 1- norma.

[60 markah]

2. (a) Diberi rumus interpolasi polinomial Lagrange sebagai

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n L_j(x) \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^n \frac{(x - x_i)}{(x_j - x_i)}$$

di mana

$$L_j(x_i) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

- (i) Tunjukkan bahawa

$$\sum_{j=0}^n L_j(x) = 1$$

- (ii) Diberi

x_i	$\log_{10} x_i$
321.0	2.50610
322.8	2.50893
324.2	2.51081
325.0	2.549188

Cari nilai $\log_{10} 322.5$ dengan menggunakan rumus interpolasi polinomial Lagrange untuk $n = 1$ dan $n = 2$. Jika rumus ralat adalah

...3/-

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)$$

maka dapatkan ralat bagi P_1 dan P_2 .

[50 markah]

(b) Dapatkan semua nilai eigen dan vektor eigen yang sepadan bagi matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/8 & 0 & -1/8 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ -1/8 & 0 & 3/8 \end{bmatrix}$$

[20 markah]

(c) Lakukan empat (4) lelaran untuk mencari nilai eigen dominan bagi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan kaedah Kuasa Terskala. Ambil $\underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

[30 markah]

3. (a) Gunakan kaedah penghuraian LU untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

$$5x_1 - x_2 + x_3 = 10$$

$$2x_1 + 4x_2 = 12$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = -1$$

[30 markah]

(b) Katakan

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x)$$

di mana

$$P_n(x) = f_0 + \binom{q}{1} \Delta f_0 + \binom{q}{2} \Delta^2 f_0 + \binom{q}{3} \Delta^3 f_0 + \cdots + \binom{q}{n} \Delta^n f_0$$

dengan

$$\binom{q}{k} = \frac{q(q-1)\cdots(q-k+1)}{k!}$$

$$q = \frac{x - x_0}{h}$$

$$h = x_1 - x_0$$

...4/-

dan

$$R_n(x) = \binom{q}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi).$$

Diberi jadual nilai-nilai $f(x) = e^x$ pada beberapa nilai x seperti berikut :

x	$f(x)$
1.0	2.71828
1.1	3.00417
1.2	3.32012
1.3	3.66930
1.4	4.05520
1.5	4.48169
1.6	4.95303

- (i) Bina jadual beza bagi jadual di atas
- (ii) Kira nilai hampiran bagi $f(1.22)$ dengan menggunakan P_n untuk $n = 1, 2$ dan 3.
- (iii) Kira ralat bagi P_1, P_2 dan P_3 dalam (ii).
- (iv) Tunjukkan bahawa

$$f'(x) = \frac{1}{h} \left[\Delta f_0 + \frac{2q-1}{2} \Delta^2 f_0 + \frac{3q^2-6q+2}{6} \Delta^3 f_0 + \frac{4q^3-18q^2+22q-6}{24} \Delta^4 f_0 + \dots \right]$$

dan

$$f''(x) = \frac{1}{h^2} \left[\Delta^2 f_0 + (q-1) \Delta^3 f_0 + \frac{6q^2-18q+11}{12} \Delta^4 f_0 + \dots \right]$$

- (v) Anggarkan nilai $f'(1.22)$ dan $f''(1.22)$ dengan menggunakan satu sebutan, dua sebutan dan tiga sebutan.
- (vi) Kira nilai hampiran $f'(1.2)$ dan $f''(1.2)$ dengan menggunakan dua sebutan.

[70 markah]

4. (a) Dengan menggunakan rumus interpolasi Newton-Gregory dalam soalan 3(b), tunjukkan bahawa untuk $n = 3$

$$\int_{x_0}^{x_3} f(x) dx \approx \frac{3}{8} h (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3).$$

Seterusnya gunakan rumus ini untuk menilaikan kamiran

$$\int_0^{0.9} \frac{dx}{1+x}$$

untuk $h = 0.3$ dan 0.1

[40 markah]

...5/-

(b) Selesaikan sistem tak linear

$$ye^x = 2$$

$$x^2 + y = 4$$

dengan menggunakan punca awal $x_1 = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 3.7 \end{bmatrix}$ dan $x_1 = \begin{bmatrix} 1.9 \\ 0.4 \end{bmatrix}$

[30 markah]

(c) Sistem

$$\begin{bmatrix} 0.780 & 0.563 \\ 0.913 & 0.659 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.217 \\ 0.254 \end{bmatrix}$$

mempunyai penyelesaian hampiran yang tak jitu.

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 0.341 \\ -0.087 \end{bmatrix}$$

Gunakan kaedah pembaikan lelaran dengan menghitung ralat dan sisa untuk memperbaiki kejituannya. Lakukan sehingga tiga lelaran.

[30 markah]

-ooo00ooo-