

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2005/2006

November 2005

**MAT 203 – Kalkulus Vektor**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **semua** lima soalan.

...2/-

1. (a) Pertimbangkan titik-titik  $P = (1,1,3)$ ,  $Q = (0,1,1)$  dan  $R = (0,1,3)$  maka
- kirakan suatu vektor normal terhadap satah yang mengandungi tiga titik yang diberikan
  - cari persamaan satah tersebut
  - cari luas segitiga PQR
- (b) Diberi dua titik  $(-1,1,0)$  dan  $(2,0,1)$ ,
- dapatkan persamaan garis dalam bentuk berparameter yang melalui dua titik ini.
  - kirakan sudut di antara garis ini dengan satah  $x + 2y - z = 2$ .
- (c) Suatu satah menyalang paksi-x di -3, paksi-y di 2 dan paksi-z di 5. Tuliskan persamaan satah ini dan seterusnya cari jarak terdekat  $(0,0,0)$  ke satah ini.

[20 markah]

2. (a) Pertimbangkan fungsi  $f(x, y) = e^{-y} \cos x$
- Dapatkan terbitan separa  $f$  terhadap  $x$  dan  $y$
  - Tunjukkan bahawa  $f$  memenuhi persamaan pembezaan

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

- (b) Pertimbangkan fungsi  $f(x, y) = \exp(xy^2 - 2)$ .
- Pada arah manakah fungsi bertambah dengan cepat pada titik  $(2,1)$
  - Cari persamaan satah sentuh pada permukaan  $z = f(x, y)$  pada titik  $(2,1,3)$ .
- (c) Andaikan  $f(x, y, z) = ax^3 + by^2 + cz$ , cari perubahan  $f$  apabila  $x$  berubah sebanyak  $s$  unit pada arah  $(-2,1,2)$ .

[20 markah]

3. (a) Persilangan dua permukaan iaitu  $x^2 - y^2 + z^2 = 1$  dan  $xy + xz = 2$  adalah suatu lengkung. Buktikan lengkung ini menyentuh permukaan  $xyz - x^2 - 6y = -6$  pada titik  $(1,1,1)$ .
- (b) Diberi  $f(x, y, z, w) = \sqrt[4]{x^2 + y^2 + z^5 + w}$ , cari persamaan penghampiran linear terbaik untuk  $f$  pada titik  $(4,3,2,7)$ , seterusnya dapatkan nilai hampir  $\sqrt[4]{3.98^2 + 3.02^2 + 2.02^5 + 6.98}$ .
- (c) Dapatkan titik-titik genting dan tentukan jenisnya untuk
- $f(x, y) = \frac{xye^x}{1+y^2}$
  - $f(x, y, z) = 3x^2 - 3x + y^2 - 2y + z^3 - 3z$

[20 markah]

...3/-

4. (a) Andaikan  $\mathbf{r}(t)$  mewakili suatu laluan yang terbezakan,  $\mathbf{v}(t)$  adalah vektor halaju pada masa  $t$ . Unit tangent vector pada masa  $t$  diberikan sebagai

$$T(t) = \frac{\mathbf{v}(t)}{\|\mathbf{v}(t)\|}$$

- (i) Tunjukkan bahawa vektor  $T'(t) = \frac{dT}{dt}$  adalah berortogon kepada  $T$ .  
 (ii) Untuk suatu nilai  $t$ , satah yang dijanakan oleh  $\mathbf{v}$  dan  $\mathbf{a} = \mathbf{v}'$  disebut sebagai satah oskulasi. Nyatakan dalam bentuk Kartesan satah oskulasi suatu heliks

$$\mathbf{r}(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, t)$$

pada  $t = \pi$ .

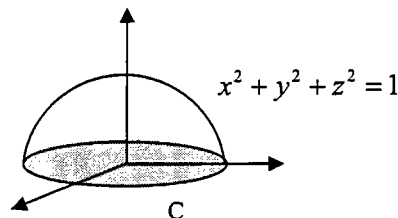
- (b) Nilaikan kamiran garis suatu medan vektor  $F = (2 \sin x, 0, 3y)$  sepanjang suatu lintasan  $C$  yang diberikan secara berparameter  $x = t, y = 3, z = e^{2t}$  dengan  $t$  berubah dari  $-\pi$  ke  $0$ .

- (c) Nilaikan  $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$  dengan  $F(x, y, z) = (x, y, -3xz^3)$  dan  $S$  adalah suatu permukaan melengkung suatu silinder  $x^2 + y^2 = 9$  didalam oktan pertama dengan  $z = 0$  dan  $z = 4$ .

[20 markah]

5. (a) Diberi  $F(x, y, z) = (x^2y + y, y^2 - x, xyz)$   
 (i) Cari  $\nabla \cdot F$   
 (ii) Cari  $\nabla \cdot F$   
 (iii) Dapatkan matriks  $DF(x_0)$  dengan  $x_0 = (1, 1, 1)$  dan seterusnya dapatkan penghampiran linear terbaik  $F$  pada titik  $x_0 = (1, 1, 1)$ .

- (b) Tentusahkan Teorem Stoke untuk  $F(x, y, z) = (-xz^2, 2y - z, -x^2z)$ ,  $S$  adalah permukaan suatu hemisfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  dengan  $C$  sebagai sempadannya.



- (c) Katakan  $B$  suatu rantau yang dibatasi oleh paksi-x dan parabola

$$y = -4x^2 + 5, \text{ Kirakan } \iint_B xy^3 dA$$

[20 markah]

- ooo O ooo -