

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2005/2006

Jun 2006

**MAA 111E – Algebra for Science Students**  
***[Aljabar untuk Pelajar Sains]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of FOUR pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini].*

**Instructions:** Answer **all four** [4] questions.

**Arahan:** Jawab **semua empat** [4] soalan].

1. (a) Solve the following system of equations by Gauss-Jordan elimination method:  
 $x + y + z = 8, \quad x - 2y - 3z = -1, \quad 3x - 7y + 4z = 10.$   
 [13 marks]

- (b) Let  $A$  and  $B$  be two square matrices. If  $AB = 0$  and  $A$  is invertible, show that  $B = 0$ .  
 [6 marks]

- (c) Write the square matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  as a sum of a symmetric and a skew-symmetric matrices.  
 [6 marks]

1. (a) *Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan kaedah penghapusan Gauss-Jordan:*  
 $x + y + z = 8, \quad x - 2y - 3z = -1, \quad 3x - 7y + 4z = 10.$   
 [13 markah]

- (b) *Biar  $A$  dan  $B$  merupakan dua matriks segiempat sama. Jika  $AB = 0$  dan  $A$  tersongsangkan, tunjukkan  $B = 0$ .*  
 [6 markah]

- (c) *Tuliskan matriks segiempat sama  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  sebagai hasil tambah satu matriks simetri dan satu matriks simetri pencong.*  
 [6 markah]

2. (a) Using properties of determinants, evaluate  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{vmatrix}$ .  
 [13 marks]

- (b) By using suitable example, show that  $\det(A + B) \neq \det(A) + \det(B)$ .  
 [6 marks]

- (c) If a row or a column of a matrix is entirely zero, then show that the determinant is zero.

[6 marks]

2. (a) Dengan menggunakan sifat-sifat penentu, kira

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

[13 markah]

- (b) Dengan menggunakan contoh yang sesuai, tunjukkan  $\det(A+B) \neq \det(A) + \det(B)$ .

[6 markah]

- (c) Jika suatu baris atau suatu lajur bagi suatu matrik adalah semuanya sifar, maka tunjukkan penentu bagi matrik tersebut adalah sifar.

[6 markah]

3. (a) Show that the set of matrices of order  $2 \times 2$  is a vector space under the usual addition and scalar multiplications of matrices.

[20 marks]

- (b) Show that  $\{(x,0) : x \in R\}$  is a subspace of  $R^2$ .

[5 marks]

3. (a) Tunjukkan set yang mengandungi semua matriks yang berperingkat  $2 \times 2$  adalah suatu ruang vektor di bawah operasi penambahan dan pendaraban skala matriks yang biasa.

[20 markah]

- (b) Tunjukkan  $\{(x,0) : x \in R\}$  ialah suatu subruang kepada  $R^2$ .

[5 markah]

4. (a) Verify Caley-Hamilton theorem for the matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  and hence find the inverse of  $A$ .

[15 marks]

(b) Find the eigenvalues and the corresponding eigenvectors for the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

[10 marks]

4. (a) Tentusahkan Teorem Caley-Hamilton untuk matriks  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  dan

mencari songsang bagi  $A$ .

[15 markah]

(b) Cari nilai-nilai eigen dan vektor-vektor eigen yang sepadanan untuk matriks

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

[10 markah]