

ALIRAN LAPISAN SEMPADAN OLAKAN CAMPURAN DARIPADA KON YANG
DIPANGKAS DI DALAM MEDIUM BERONGGA DENGAN KELIKATAN YANG
BERUBAH

oleh

MOHD SHAIFUL BIN SHARIPUDIN

Disertasi diserahkan untuk memenuhi
sebahagian keperluan bagi
Ijazah Sarjana Sains Matematik

Jun 2010

PENGHARGAAN

Dimulakan dengan segala pujian bagi Allah S.W.T., tuhan sekalian alam semesta dan segala rahmatNya saya Mohd Shaiful Bin Sharipudin pelajar Sarjana Sains Matematik berjaya menyempurnakan projek disertasi (MAT510) bagi sidang 2009/2010. Di sini ingin saya menyatakan setinggi-tinggi penghargaan kepada penyelia projek disertasi saya Dr. Syakila Binti Ahmad. Beliau yang telah banyak membantu dan mengajar saya tentang pemindahan haba secara olakan campuran. Selain itu beliau turut memberi teguran untuk penambahbaikan projek disertasi saya terutamanya dalam memperoleh keputusan.

Saya juga ingin menyatakan penghargaan saya kepada rakan sepejabat iaitu Encik Ahmad Nazib Bin Alias yang merupakan pensyarah fizik di Universiti Teknologi MARA Malaysia kampus Pulau Pinang. Beliau turut membantu saya di dalam projek disertasi ini, terutamanya dalam menerangkan istilah-istilah fizik yang saya kurang fahami.

Semoga projek disertasi saya ini dapat memberi sedikit sumbangan kepada perkembangan ilmu mengenai pemindahan haba secara olakan terutamanya di dalam pengajian kejuruteraan mekanikal dan kejuruteraan kimia.

ISI KANDUNGAN

	Halaman
PENGHARGAAN	ii
ISI KANDUNGAN	iii
SENARAI SIMBOL	v
SENARAI JADUAL	vii
SENARAI RAJAH	viii
ABSTRAK	x
BAB 1. PENGENALAN	1
1.1 Pendahuluan	1
1.2 Teori Lapisan Sempadan	4
1.3 Kajian Ilmiah	5
1.4 Pernyataan Masalah	8
1.5 Objektif Kajian	8
1.6 Skop Kajian	9
1.7 Rangka Kajian	11
BAB 2. PERSAMAAN ASAS DI LAPISAN SEMPADAN	12
2.1 Pendahuluan	12
2.2 Persamaan Berdimensi	13
2.3 Persamaan Tak Berdimensi	13
BAB 3. KAEDAH MELURU	26
3.1 Definasi Kaedah Meluru	26
3.2 Contoh Penyelesaian	27
BAB 4. KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN	29
4.1 Pendahuluan	29
4.2 Perubahan Nilai Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}} C_f$	29
dan Nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}} Nu_x$ bagi Parameter Kelikatan Variasi θ_r yang Berubah	
4.3 Perubahan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}} C_f$	36
dan Nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}} Nu_x$ Sekiranya Parameter Olakan Campuran λ Berubah dan Ditetapkan Parameter Kelikatan Variasi θ_r	

4.3.1 Perbandingan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi Parameter Kelikatan Variasi θ_r	37
4.3.2 Perbandingan Nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi Parameter Kelikatan Variasi θ_r	38
4.3.3 Perubahan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi Parameter Kelikatan Variasi $\theta_r > 0$	39
4.3.4 Perubahan Nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi Parameter Kelikatan Variasi $\theta_r > 0$	40
4.3.5 Perubahan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi Parameter Kelikatan Variasi $\theta_r < 0$	41
4.3.6 Perubahan Nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi Parameter Kelikatan Variasi $\theta_r < 0$	42
4.4 Perubahan Terhadap Profil Halaju dan Profil Suhu bagi Parameter Olakan Campuran dan Parameter Kelikatan Variasi yang Berubah	43

BAB 5. KESIMPULAN	51
--------------------------	----

RUJUKAN	52
----------------	----

LAMPIRAN	
-----------------	--

Pr ialah nombor Prandtl.

$Pe_x^{\frac{1}{2}} C_f$ ialah pekali geseran kulit.

$Pe_x^{-\frac{1}{2}} Nu_x$ ialah nombor Nusselt.

$\frac{\partial f}{\partial \eta}$ ialah profil halaju.

θ ialah profil suhu.

δh ialah ketebalan lapisan sempadan halaju.

δt ialah ketebalan lapisan sempadan terma.

ξ ialah parameter tidak berdimensi.

SENARAI JADUAL

No. Jadual		Halaman
4.1	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0$	30
4.2	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0$	31
4.3	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0.5$	32
4.4	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0.5$	33
4.5	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = -0.5$	34
4.6	Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = -0.5$	35

4.8	Perbandingan profil halaju $\frac{\partial f}{\partial \eta}$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dengan $\lambda = -0.5$	45
4.10	Perbandingan profil suhu θ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dengan $\lambda = -0.5$	46
4.11	Perbandingan profil halaju $\frac{\partial f}{\partial \eta}$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dengan $\lambda = 0.5$	47
4.12	Perbandingan profil suhu θ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dengan $\lambda = 0.5$	48
4.13	Perbandingan profil halaju $\frac{\partial f}{\partial \eta}$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dengan $\lambda = 0.5$	49
4.14	Perbandingan profil suhu θ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dengan $\lambda = 0.5$	50

MIXED CONVECTION BOUNDARY LAYER FLOW FROM A VERTICAL TRUNCATED CONE IN A POROUS MEDIUM WITH VARIABLE VISCOSITY

ABSTRACT

In this study, numerical solutions are presented for mixed convection boundary layer flow from a vertical truncated cone in a porous medium with variable viscosity. The governing boundary layer equations are first transformed into non-dimensional equations. The obtained equations are solved numerically using Shooting method in Maple software. The obtained results are the skin friction coefficient, the Nusselt number, the velocity and temperature profiles. The results shown that the skin friction coefficient and the Nusselt number decrease as the viscosity variation parameter decreases. It is also shown that the temperature profiles and thickness of thermal boundary layer decrease as the viscosity variation parameter increases.

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Pendahuluan

Pemindahan haba merupakan satu fenomena yang biasa kita lalui dalam kehidupan kita sebagai contoh ketika air mendidih dengan suhu air yang mulanya rendah (sejuk) akan menjadi tinggi (panas) disebabkan pemindahan haba. Oleh yang demikian pemindahan haba ditakrifkan sebagai pemindahan tenaga dari satu jasad ke jasad yang lain dan berlakunya perbezaan suhu (Holman, 2002). Selain itu juga pemindahan haba boleh dinyatakan aliran tenaga daripada kawasan yang bersuhu tinggi ke kawasan yang bersuhu rendah (Kreith & Bohn, 2001). Secara umumnya pemindahan haba terbahagi kepada tiga mod asas iaitu konduksi, olakan dan sinaran (Holman, 2002).

Konduksi berlaku apabila kecerunan suhu yang wujud di dalam jasad atau pepejal dengan pemindahan haba melalui daripada kawasan suhu yang tinggi kepada kawasan suhu yang rendah (Kreith & Bohn, 2001). Selain daripada itu pemindahan haba secara konduksi boleh dinyatakan sebagai proses resapan haba yang melalui jasad ataupun pepejal (Wong, 1991).

Pemindahan haba yang berlaku daripada satu jasad ke jasad yang lain disebabkan oleh pergerakan gelombang elektromagnet di kenali sebagai sinaran (Wong, 1991). Selain itu pemindahan haba secara sinaran boleh dinyatakan sebagai pengaliran haba yang disebabkan perambatan gelombang elektromagnet (Pitts & Sissom, 1997).

Kelikatan terjadi apabila berlakunya geseran dalaman bagi tiap-tiap bendalir dengan bendalir tersebut mengalir di atas permukaan tertentu. Sebagai contoh air lagi cepat mengalir berbanding cecair madu kerana air mempunyai kelikatan yang rendah berbanding cecair madu. Manakala geseran merupakan daya yang bertentangan gerakan terhadap dua permukaan yang besentuhan dan daya ini akan mengubah tenaga kinetik kepada tenaga haba dan bunyi (Bueche & Jerde, 1995). Kelikatan sesuatu bendalir juga bergantung kepada suhu misalnya jika suhu bendalir meningkat maka kelikatan bendalir jenis gas akan meningkat tetapi bagi bendalir jenis cecair keadaan sebaliknya berlaku iaitu kelikatannya akan menurun. Selain daripada itu, terdapat dua jenis kelikatan iaitu kelikatan dinamik dan kelikatan kinematik yang mempunyai unit yang berbeza. Kelikatan dinamik biasanya diwakili dengan symbol μ dan unit SI bagi kelikatan ini ialah kg/ms atau Pa-s (pascal saat). Manakala bagi kinematik kelikatan selalunya simbol yang digunakan ialah ν dan unit SI bagi kelikatan kinematik ialah m^2/s (Kinsky, 1996).

ketebalannya disimbolkan dengan δt . Lapisan sempadan terma ini dicirikan dengan kecerunan suhu dan pemindahan haba

1.3 Kajian Ilmiah

Kajian mengenai pemindahan haba secara olakan dijalankan dengan melihat aspek tertentu misalnya kesan kelikatan terhadap olakan campuran mengalir di lapisan sempadan yang berada pada permukaan menegak di dalam medium berongga. Di dalam kajian tersebut para penyelidik menggunakan kaedah berangka bagi memperoleh keputusan nilai pekali geseran kulit dan pekali pemindahan haba (nombor Nusselt) dengan menetapkan nilai parameter kelikatan variasi dan parameter olakan campuran. Berdasarkan kepada keputusan yang diperoleh, mereka mendapati pekali pemindahan haba menurun apabila parameter olakan campuran menurun kerana daya keapungan yang bertindak melawan aliran bendalir dan sekiranya ditetapkan nilai parameter olakan campuran didapati pekali pemindahan haba bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ adalah tinggi berbanding dengan $\theta_r < 0$. Selain itu, apabila nilai parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ ditetapkan didapati nilai parameter olakan campuran dan nilai pekali geseran kulit semakin meningkat kerana halaju bendalir serta daya keapungan semakin bertambah. Selain itu juga, apabila parameter olakan campuran $\lambda > 0$ maka ketebalan lapisan sempadan terma adalah rendah berbanding dengan $\lambda < 0$ (Chin, Nazar dan Pop, 2007).

Aspek seterusnya yang dijalankan oleh penyelidik mengenai pemindahan haba secara olakan ialah gandingan pemindahan haba dan jisim oleh olakan bebas terhadap kon yang dipangkas yang berada di dalam medium berongga. Di dalam kajian ini penyelidik

menggunakan kaedah analisa berangka bagi memperolehi keputusan dan kaedah kotak Keller bagi menyelesaikan persamaan yang berkaitan dengan pemindahan haba secara olakan. Hasil daripada kajian ini ialah profil suhu berkurangan secara berperingkat dari permukaan kon ke persekitaran dan ketebalan lapisan sempadan terma juga semakin menyusut apabila kadar daya keapungan semakin meningkat. Selain dari itu, penyelidik melihat nilai nombor Nusselt akan meningkat apabila nilai parameter olakan bebas bertambah. Secara kesimpulannya dalam kajian ini penyelidik menyatakan bahawa sekiranya nilai olakan dan nilai parameter tidak berdimensi ξ bertambah maka kadar pemindahan haba dan jisim turut meningkat (Yih, 1998).

Kajian lain mengenai pemindahan haba secara olakan ialah aliran olakan semula jadi bagi bendalir likat terhadap kon yang dipangkas dengan pergantungan kelikatan suhu. Persamaan yang berkaitan dalam kajian ini diperolehi dengan menggunakan transformasi yang sesuai dan diselesaikan dengan kaedah analisa berangka. Keputusan yang diperolehi dalam kajian ini adalah berdasarkan nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt. Hasil daripada kajian ini para penyelidik mendapati nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt akan meningkat apabila nilai parameter kelikatan variasi bertambah dan nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt akan berkurangan apabila parameter kelikatan variasi semakin menurun. Selain dari keputusan tersebut, mereka turut mendapati bahawa kelikatan bendalir akan bertambah disebabkan peningkatan nilai parameter tidak berdimensi ξ dan dengan kelikatan bendalir bertambah akan menyebabkan profil halaju semakin meningkat di permukaan kon. Secara kesimpulannya dalam kajian ini, mereka mendapati bahawa kelikatan bendalir dan parameter tidak berdimensi ξ bagi olakan semula jadi memberi kesan terhadap nilai pekali geseran kulit

1.4 Pernyataan Masalah

Dalam kajian ini, penyelesaian berangka bagi masalah aliran lapisan sempadan olakan campuran daripada kon yang dipangkas di dalam medium berongga dengan kelikatan yang berubah dipertimbangkan. Olakan campuran di dalam kajian ini bermaksud gabungan olakan bebas dengan olakan paksa. Aspek yang dikaji ialah nilai pekali geseran kulit, nombor Nusselt, profil halaju dan profil suhu di lapisan sempadan yang berada di permukaan kon. Aplikasi kajian ini bersesuaian dengan bidang kejuruteraan kimia dan mekanikal seperti kejuruteraan penebatan terma, proses penyejukan komponen elektronik dan sistem saluran paip di dalam industri petroleum.

1.5 Objektif Kajian

Objektif kajian ini ialah seperti berikut:

- a. Memperoleh nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt.
- b. Membuat analisa terhadap nilai pekali geseran kulit dan nombor Nusselt.
- c. Memperoleh profil halaju dan profil suhu.
- d. Membuat analisa terhadap profil halaju dan profil suhu.

pada satu arah. Oleh sebab itu, parameter kelikatan akan berubah berdasarkan kepada persamaan suhu berikut:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\infty}} [1 + \gamma(T - T_{\infty})] = a(T - T_r), \quad (1.1)$$

dengan

$$a = \frac{\gamma}{\mu_{\infty}}, \quad T_r = T_{\infty} - \frac{1}{\gamma}, \quad (1.2)$$

dengan μ_{∞} ialah kelikatan dinamik di dalam bendalir dan a ialah pemalar dan nilainya bergantung kepada ketegangan permukaan γ dan kelikatan dinamik μ_{∞} . Secara umumnya, $a > 0$ ialah cecair dan $a < 0$ ialah gas (Lai & Kulacki, 1989).

Andaian lain yang dibuat ialah suhu permukaan kon T_w adalah tetap, manakala suhu bagi persekitaran bendalir ialah T_{∞} , jika $T_w > T_{\infty}$ bermakna suhu permukaan kon adalah panas dan jika $T_w < T_{\infty}$ bermakna suhu permukaan kon adalah sejuk. Selain itu, halaju yang berada jauh dari kon dianggap bergerak secara menegak. Akhir sekali, anggapan dibuat dengan mengabaikan lesapan kelikatan di dalam bendalir.

1.7 Rangka Kajian

Disertasi ini dibahagikan kepada lima bab. Bab 1 menerangkan tentang pemindahan haba secara olakan, definisi bendalir dan kelikatan, teori lapisan sempadan, kajian-kajian mengenai olakan yang telah dijalankan sebelum ini, pernyataan masalah dan objektif serta skop kajian.

Seterusnya, persamaan menakluk bagi lapisan sempadan yang diturunkan kepada persamaan tak berdimensi ditunjukkan di dalam Bab 2. Sementara Bab 3, membincangkan tentang cara penyelesaian masalah nilai sempadan linear dan masalah nilai sempadan tak linear dengan menggunakan kaedah Meluru.

Hasil keputusan yang diperoleh dan analisis yang dibuat dibincangkan di dalam Bab 4.

Akhir sekali, kesimpulan kajian dibuat di dalam Bab 5.

2.2 Persamaan Berdimensi

Kemudian dengan menggunakan penghampiran Boussinesq dan penghampiran lapisan sempadan, persamaan menakluk berdimensi bagi aliran lapisan sempadan olakan campuran yang mantap adalah seperti berikut:

Persamaan Keselajaran:

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial y}(rv) = 0, \quad (2.3)$$

Persamaan Momentum:

$$\frac{\partial}{\partial y}(\mu u) = \rho_{\infty} g K \sin \phi \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (2.4)$$

Persamaan Tenaga:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (2.5)$$

dan tertakluk kepada syarat sempadan

$$v = 0, \quad T = T_w \quad \text{pada} \quad y = 0, \quad (2.6)$$

$$u = U_{\infty}, \quad T = T_{\infty} \quad \text{pada} \quad y \rightarrow \infty. \quad (2.7)$$

2.3 Persamaan Tak Berdimensi

Diperkenalkan pemboleh ubah-pemboleh ubah tak berdimensi seperti berikut:

$$\xi = \frac{\bar{x}}{x} = \frac{x - x_0}{x_0}, \quad \eta = (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{y}{\bar{x}} \right), \quad Pe_x = \frac{U_{\infty} \bar{x}}{\alpha_m}, \quad \psi = (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \alpha_m r f(\xi, \eta),$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{(T - T_{\infty})}{(T_w - T_{\infty})}, \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-\mu_\infty \theta_r}{(\theta - \theta_r)} \frac{\alpha_m}{\bar{x}} \frac{U_\infty \bar{x}}{\alpha_m} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right), \\
&= \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} U_\infty \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right), \\
&= \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} U_\infty \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right), \\
&= \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} U_\infty \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \cdot \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \right), \\
&= \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{U_\infty (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2},
\end{aligned}$$

kemudian pertimbangkan $u \frac{\partial \mu}{\partial y}$,

$$\begin{aligned}
u \frac{\partial \mu}{\partial y} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} \right), \\
&= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left((Pe_x)^{\frac{1}{2}} \alpha_m r f(\varepsilon, \eta) \right) \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \\
&= (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \\
&= (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}}, \\
&= (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha_m Pe_x}{\bar{x}} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{U_\infty \bar{x}}{\alpha_m} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \\
&= \frac{\alpha_m}{\bar{x}} \frac{U_\infty \bar{x}}{\alpha_m} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \\
&= U_\infty \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \\
&= U_\infty \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \\
&= U_\infty \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta},
\end{aligned}$$

dengan itu,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial y}(\mu u) &= \mu \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial \mu}{\partial y}, \\
&= \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{U_\infty (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + U_\infty \frac{\mu_\infty \theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta}, \\
&= \frac{U_\infty \mu_\infty (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \left(\frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right),
\end{aligned}$$

$$\frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{gK \sin \phi (T_w - T_\infty) \bar{x}}{\alpha_m v_\infty} \frac{1}{Pe_x} \frac{\partial \theta}{\partial \eta},$$

$$\frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{Ra_x}{Pe_x} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \quad \text{dengan} \quad Ra_x = \frac{gK \sin \phi (T_w - T_\infty) \bar{x}}{\alpha_m v_\infty},$$

$$\frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \quad (2.10)$$

dengan $\lambda = \frac{Ra_x}{Pe_x}$.

Persamaan (2.10) ialah persamaan momentum tak berdimensi.

Kemudian dengan menggantikan persamaan (2.1)-(2.2) dan pemboleh ubah (2.8) ke dalam (2.5) maka dipertimbangkan persamaan (2.5) di sebelah kiri

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y},$$

pertimbangkan $u \frac{\partial T}{\partial x}$,

$$\begin{aligned} u \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{Pe_x}{\bar{x}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial T}{\partial x}, \\ &= \frac{Pe_x}{\bar{x}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial x} ((T_w - T_\infty) \theta + T_\infty), \\ &= \frac{Pe_x}{\bar{x}} \alpha_m \frac{\partial f}{\partial \eta} (T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ &= \frac{Pe_x}{\bar{x}} \alpha_m (T_w - T_\infty) \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x}, \\ &= \frac{Pe_x}{\bar{x}} \alpha_m (T_w - T_\infty) \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x - x_0}{x_0} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{r} \alpha_m \left((Pe_x)^{\frac{1}{2}} r \frac{1}{x_0} \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}} x \sin \phi}{x} + r \frac{\frac{1}{2} U_\infty \left(\frac{U_\infty \bar{x}}{\alpha_m} \right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{U_\infty \bar{x}}{\alpha_m}} \right) \right) \frac{\partial T}{\partial y}, \\
&= -\frac{1}{r} \alpha_m \left((Pe_x)^{\frac{1}{2}} r \frac{1}{x_0} \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}} r}{x} + \frac{1}{2\bar{x}} r (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \right) \right) \frac{\partial T}{\partial y}, \\
&= -\alpha_m (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x_0} \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2\bar{x}} \right) \right) \frac{\partial T}{\partial y}, \\
&= -\alpha_m (Pe_x)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x_0} \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{f}{\bar{x}} \left(\frac{\bar{x}}{x} + \frac{1}{2} \right) \right) \frac{\partial}{\partial y} ((T_w - T_\infty)\theta + T_\infty), \\
&= -\frac{\alpha_m (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \left(\frac{\bar{x}}{x_0} \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{\bar{x}/x_0}{x/x_0} + \frac{1}{2} \right) \right) (T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial y}, \\
&= -\frac{\alpha_m (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \left(\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{\xi}{(\bar{x} + x_0)/x_0} + \frac{1}{2} \right) \right) (T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \\
&= -\frac{\alpha_m (Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \left(\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{\xi}{1 + \xi} + \frac{1}{2} \right) \right) \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} (T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \\
&= -\frac{\alpha_m Pe_x}{\bar{x}^2} (T_w - T_\infty) \left(\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{\xi}{1 + \xi} + \frac{1}{2} \right) \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta},
\end{aligned}$$

oleh itu,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{Pe_x}{\bar{x}^2} \alpha_m (T_w - T_\infty) \xi \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\alpha_m Pe_x}{\bar{x}^2} (T_w - T_\infty) \left(\xi \frac{\partial f}{\partial \xi} + f \left(\frac{\xi}{1 + \xi} + \frac{1}{2} \right) \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta},$$

kemudian pertimbangkan persamaan (2.5) di sebelah kanan

$$\begin{aligned}
\alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= \alpha_m \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right), \\
&= \alpha_m \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} ((T_w - T_\infty)\theta + T_\infty) \right), \\
&= \alpha_m \frac{\partial}{\partial y} \left((T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right), \\
&= \alpha_m \frac{\partial}{\partial y} \left((T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right), \\
&= \alpha_m \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} \frac{\partial}{\partial y} \left((T_w - T_\infty) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right), \\
&= \alpha_m \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} (T_w - T_\infty) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right), \\
&= \alpha_m \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} (T_w - T_\infty) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right), \\
&= \alpha_m \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}} (T_w - T_\infty) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right), \\
&= \alpha_m \frac{Pe_x}{\bar{x}^2} (T_w - T_\infty) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2},
\end{aligned}$$

Diperkenalkan pekali geseran kulit C_f dan nombor Nusselt Nu_x seperti berikut:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2}, \quad (2.14)$$

$$Nu_x = \frac{\bar{x}q_w}{k(T_w - T_\infty)}, \quad (2.15)$$

dengan,

k ialah kekonduksian terma medium berongga,

τ_w ialah geseran kulit permukaan,

q_w ialah fluks haba dari permukaan kon,

τ_w dan q_w didefinisikan seperti berikut:

$$\tau_w = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (2.16)$$

$$q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (2.17)$$

Dengan menggantikan pemboleh ubah (2.8) ke dalam (2.14), didapati

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2}, \\ &= \frac{\mu \frac{\partial u}{\partial y}}{\rho_\infty U_\infty^2}, \\ &= \frac{\mu_\infty \theta_r \frac{\partial u}{\partial y}}{\rho_\infty U_\infty^2 (\theta_r - \theta)}, \end{aligned}$$

Seterusnya, menggantikan pemboleh ubah (2.8) ke dalam (2.15), didapati

$$\begin{aligned}
 Nu_x &= \frac{\bar{x}q_w}{k(T_w - T_\infty)}, \\
 &= \frac{\bar{x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{k(T_w - T_\infty)}, \\
 &= -\frac{\bar{x}(T_w - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{(Pe_x)^{\frac{1}{2}}}{\bar{x}}, \\
 &= -(Pe_x)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta},
 \end{aligned}$$

dengan itu, $Pe_x^{-\frac{1}{2}} Nu_x = -\frac{\partial \theta}{\partial \eta}$. (2.19)

Persamaan (2.19) ialah nombor Nusselt.

Sekarang dengan menggantikan parameter tak berdimensi $\xi = 0$ ke dalam persamaan

(2.10) dan (2.11) didapati

$$\frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)^2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\theta_r}{(\theta_r - \theta)} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial \eta}, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0, \quad (2.21)$$

dan tertakluk kepada syarat sempadan seperti berikut:

$$f(0) = 0, \quad \theta(0) = 1, \quad (2.22)$$

$$f'(\infty) = 1, \quad \theta(\infty) = 0. \quad (2.23)$$

Di dalam kajian ini, kuantiti fizikal yang diminati ialah pekali geseran kulit $Pe_x^{-\frac{1}{2}} C_f$,

dengan $Pr = 1$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}} Nu_x$.

BAB 3

KAEDAH MELURU

3.1 Definisi Kaedah Meluru

Kaedah Meluru ialah kaedah yang terdapat di dalam analisa berangka, dengan kaedah ini digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai sempadan dengan menurunkannya kepada penyelesaian masalah nilai awalan.

Kaedah Meluru ini boleh digunakan bagi kedua-dua kes masalah nilai sempadan linear dan masalah nilai sempadan tak linear. Dalam kaedah ini turut memerlukan nilai awalan yang baik bagi masalah nilai sempadan. Langkah-langkah yang terlibat dalam kaedah ini adalah seperti berikut:

- i. Transformasi masalah nilai sempadan kepada masalah nilai awalan.
- ii. Penyelesaian kepada masalah nilai awalan boleh digunakan Siri Taylor, Kaedah Runge-Kutta, Kaedah Euler, Kaedah Berbilang Langkah dan Kaedah Interpolasi.
- iii. Penyelesaian masalah nilai sempadan.

Berikut ditunjukkan bagaimana kaedah Meluru menyelesaikan masalah nilai sempadan:

Andaikan masalah nilai sempadan yang berperingkat 2 di bawah:

$$y'' = f(x), \quad y(0) = 0 \quad \text{dan} \quad y(1) = 1.$$

Andaikan nilai $y'(0) = m$. Kemudian diambil 2 nilai awalan yang diandaikan dari m iaitu m_0 dan m_1 . Diandaikan bahawa nilai $y(m_0, 1)$ dan $y(m_1, 1)$ adalah sama dengan nilai $y(1)$.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan Siri Taylor maka diperoleh

$$y(x) = y'(0) \left[x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880} + \dots \right],$$
$$y(1) = y'(0) \left[1 + \frac{1^3}{6} + \frac{1^5}{120} + \frac{1^7}{5040} + \frac{1^9}{362880} + \dots \right] = 1.1752y'(0),$$

dengan $m_0 = 0.7$ dan $m_1 = 0.9$ maka diperoleh

$$\begin{aligned} y(m_0,1) &= 1.1752y'(0), \\ &= 1.1752m_0, \\ &= 1.1752(0.7), \\ &= 0.8226. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(m_1,1) &= 1.1752y'(0), \\ &= 1.1752m_1, \\ &= 1.1752(0.9), \\ &= 1.0577. \end{aligned}$$

Maka untuk memperoleh nilai m_2 digunakan kaedah interpolasi persamaan (3.1)

$$\begin{aligned} m_2 &= m_0 + (m_1 - m_0) \frac{y(1) - y(m_0,1)}{y(m_1,1) - y(m_0,1)}, \\ &= 0.7 + (0.9 - 0.7) \frac{1.1752 - 0.8226}{1.0577 - 0.8226}, \\ &= 0.9999. \end{aligned}$$

Dari nilai m_2 yang diperoleh ianya didapati bahawa nilainya hampir kepada $y'(0) = 1$. Sekarang diselesaikan masalah nilai awalan $y'' = y(x)$, $y(0) = 0$ dan m_2 .

Sekali lagi digunakan Siri Taylor dan diperoleh nilai $y(m_2,1) = 1.174$ dengan nilai tersebut hampir kepada $y(1) = 1.1752$. Masalah ini juga boleh diselesaikan dengan menggunakan Kaedah Runge-Kutta (Sharma, 2005).

Jadual 4.1: Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}} C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}} Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0$

θ_r	$Pe_x^{\frac{1}{2}} C_f$	$Pe_x^{\frac{1}{2}} Nu_x$
-1.5	0.2509	0.6727
-2.0	0.2158	0.6474
-2.5	0.1804	0.6317
-3.0	0.1552	0.6210
-3.5	0.1362	0.6132
-4.0	0.1215	0.6073
-4.5	0.1096	0.6027
-5.0	0.0998	0.5990
-5.5	0.0917	0.5959
-6.0	0.0848	0.5933
-6.5	0.0788	0.5911
-7.0	0.0737	0.5892
-7.5	0.0691	0.5876
-8.0	0.0651	0.5862
-8.5	0.0616	0.5849
-9.0	0.0584	0.5838
-9.5	0.0555	0.5827
-10.0	0.0529	0.5819

Jadual 4.2 menunjukkan nilai $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ semakin bertambah apabila θ_r semakin meningkat ($\theta_r > 0$) dengan $\lambda = 0$.

Jadual 4.2: Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0$

θ_r	$Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$	$Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$
1.5	-0.8519	0.4260
2.0	-0.4649	0.4649
2.5	-0.3245	0.4867
3.0	-0.2502	0.5004
3.5	-0.2040	0.5101
4.0	-0.1724	0.5172
4.5	-0.1493	0.5226
5.0	-0.1317	0.5269
5.5	-0.1179	0.5304
6.0	-0.1067	0.5333
6.5	-0.0974	0.5358
7.0	-0.0896	0.5379
7.5	-0.0867	0.5397
8.0	-0.0773	0.5412
8.5	-0.0724	0.5426
9.0	-0.0680	0.5438
9.5	-0.0641	0.5449
10.0	-0.0607	0.5459

Jadual 4.4 menunjukkan nilai $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ semakin bertambah apabila nilai θ_r semakin meningkat ($\theta_r > 0$) dengan $\lambda = 0.5$.

Jadual 4.4: Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = 0.5$

θ_r	$Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$	$Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$
1.5	-1.2078	0.4831
2.0	-0.5295	0.5295
2.5	-0.2776	0.5553
3.0	-0.1429	0.5718
3.5	-0.0583	0.5832
4.0	0	0.5917
4.5	0.0427	0.5981
5.0	0.0754	0.6032
5.5	0.1012	0.6742
6.0	0.1222	0.6109
6.5	0.1395	0.6138
7.0	0.1541	0.6162
7.5	0.1665	0.6184
8.0	0.1772	0.6202
8.5	0.1874	0.6218
9.0	0.1947	0.6233
9.5	0.2021	0.6246
10.0	0.2086	0.6258

Jadual 4.6 menunjukkan nilai $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ semakin meningkat apabila nilai θ_r semakin bertambah ($\theta_r > 0$) dengan $\lambda = -0.5$.

Jadual 4.6: Nilai pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$ dan parameter olakan campuran $\lambda = -0.5$

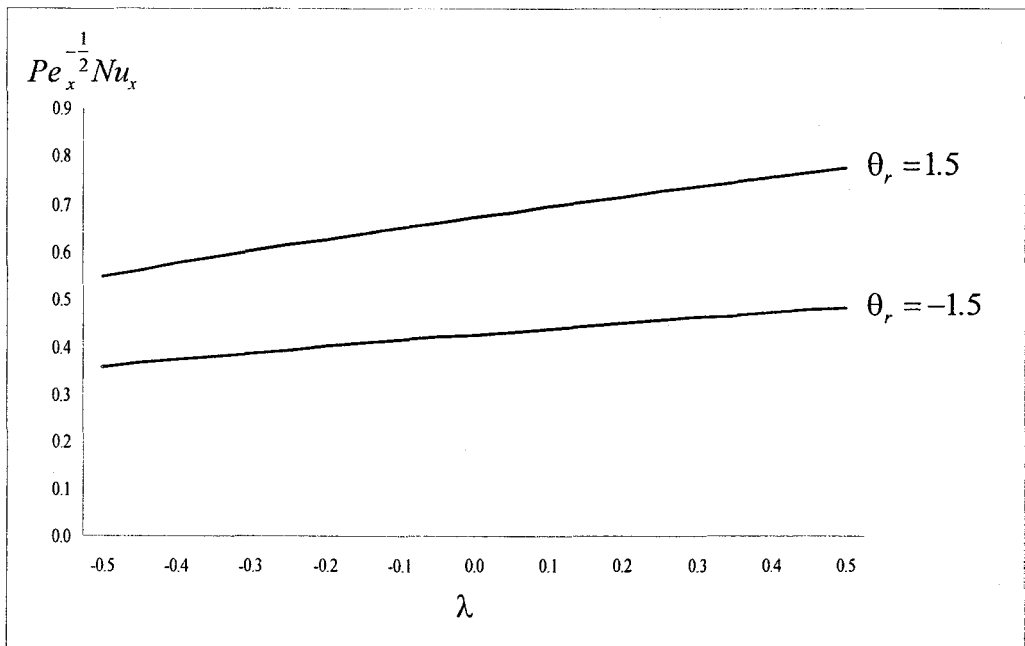
θ_r	$Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$	$Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$
1.5	-0.5384	0.3589
2.0	-0.3885	0.3885
2.5	-0.3376	0.4051
3.0	-0.3118	0.4157
3.5	-0.2961	0.4231
4.0	-0.2857	0.4286
4.5	-0.2782	0.4328
5.0	-0.2726	0.4361
5.5	-0.2682	0.4388
6.0	-0.2647	0.4411
6.5	-0.2618	0.4430
7.0	-0.2594	0.4446
7.5	-0.2573	0.4460
8.0	-0.2555	0.4472
8.5	-0.2539	0.4482
9.0	-0.2527	0.4492
9.5	-0.2516	0.4502
10.0	-0.2504	0.4508

4.3 Perubahan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dan Nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ Sekiranya Parameter Olakan Campuran λ Berubah dan Ditetapkan Parameter Kelikatan Variasi θ_r

Di bahagian ini , keputusan yang diperoleh dipecahkan seperti berikut:

- i. Perbandingan pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi parameter kelikatan variasi θ_r .
- ii. Perbandingan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi θ_r .
- iii. Perubahan pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$.
- iv. Perubahan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r > 0$.
- v. Perubahan pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$.
- vi. Perubahan nombor Nusselt $Pe_x^{\frac{1}{2}}Nu_x$ parameter kelikatan variasi $\theta_r < 0$.

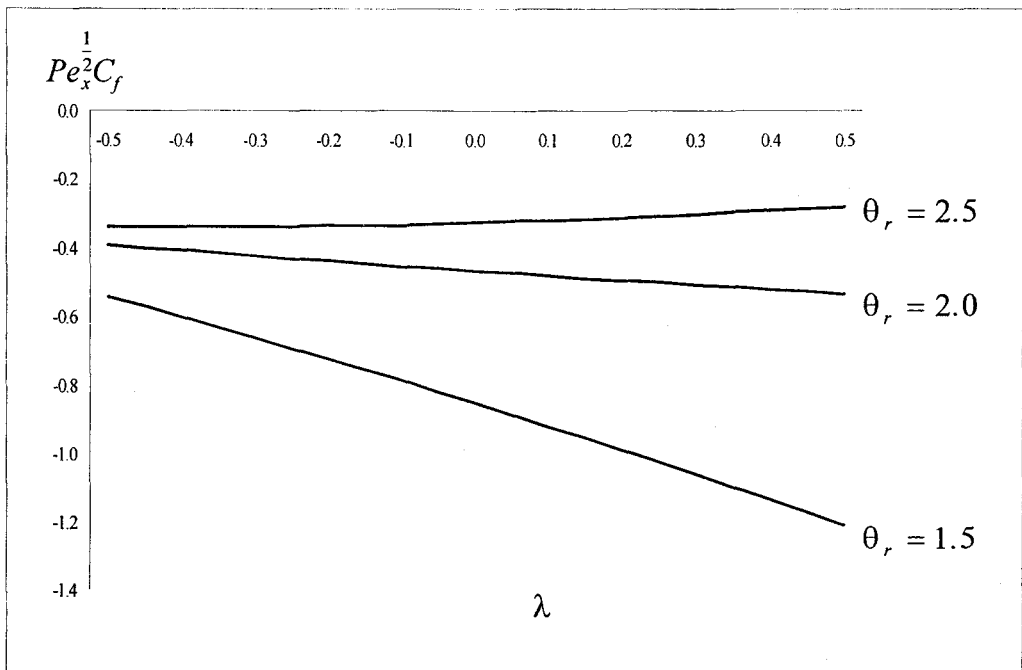
4.3.2 Perbandingan Nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi Parameter Kelikatan Variasi θ_r



Rajah 4.2: Perbandingan nombor Nusselt $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ dengan $\theta_r = 1.5$ dan $\theta_r = -1.5$ bagi $-0.5 \leq \lambda \leq 0.5$

Rajah 4.2 di atas menunjukkan perbandingan nilai $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ dengan $\theta_r = -1.5$ dan $\theta_r = 1.5$ bagi $-0.5 \leq \lambda \leq 0.5$. Berdasarkan rajah di atas, didapati bahawa nilai $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi $\theta_r = 1.5$ adalah tinggi berbanding dengan nilai $Pe_x^{-\frac{1}{2}}Nu_x$ bagi $\theta_r = -1.5$.

4.3.3 Perubahan Pekali Geseran Kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ bagi Parameter Kelikatan Variasi $\theta_r > 0$



Rajah 4.3: Perbandingan pekali geseran kulit $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ dengan $\theta_r > 0$ bagi

$$-0.5 \leq \lambda \leq 0.5$$

Rajah 4.3 di atas menunjukkan perbandingan nilai $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ apabila $\theta_r > 0$ bagi

$-0.5 \leq \lambda \leq 0.5$. Jika dilihat pada Rajah 4.3, didapati nilai $Pe_x^{\frac{1}{2}}C_f$ semakin meningkat apabila nilai θ_r semakin bertambah ($\theta_r > 0$).