
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004

September/Oktober 2003

CPT102/CAT101 – Struktur Diskret

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
 - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
-

1. (a) Jawab soalan-soalan ringkas berikut:

(i) Cari notasi Θ untuk $f(n) = n \times \log(n) + n^2$. Tunjukkan jalan kerja anda.

[10/100]

(ii) Dapatkan rumus tersirat (implicit) bagi $b_n = 8b_{n-1} - 15b_{n-2}$, $b_1 = 2$, $b_2 = 16$.

[10/100]

(iii) Buku rujukan utama anda mempunyai 505 muka surat dan mengandungi 16 bahagian. Dengan menggunakan Prinsip Sarang Burung Merpati, apakah rumusan yang dapat anda buat?

[10/100]

(iv) Jika $(x \rightarrow y)$ adalah benar, apakah nilai kebenaran bagi $(\neg(x \vee y) \rightarrow \neg q)$? Tunjuk jalan kerja anda.

[10/100]

(b) Hubungan R dilakukan ke atas set A , $R \subseteq A \times A$, di mana $|A|=n$. Gunakan teknik pengiraan untuk soalan-soalan berikut. Tunjuk jalan kerja anda.

(i) Jika R bersifat simetri dan antisimetri, berapa banyakkah R berbeza yang boleh dijanakan?

[10/100]

(ii) Jika R adalah pohon dan R juga adalah fungsi 1-1, berapa banyakkah R berbeza yang boleh dijanakan?

[10/100]

(iii) Jika R adalah POSET dan R juga adalah fungsi 1-1 koresponden (one-to-one correspondence), berapa banyakkah R berbeza yang boleh dijanakan?

[10/100]

(c) Jawab soalan-soalan set berikut dengan menggunakan gambar rajah Venn:

(i) Lukis gambar rajah Venn yang menggambarkan ayat pernyataan ini: " $(Y \cap Z) \subseteq (X \cap Z)$ hanya benar apabila $Y \subseteq X$ ".

[10/100]

(ii) Diberi set-set berikut: Set U ialah set pelajar-pelajar ijazah sarjana muda di USM, set L ialah set pelajar lelaki, set S ialah set pelajar tahun satu dan set K ialah set pelajar Sains Komputer. Lukiskan gambar rajah Venn dan lorekkan kawasan $S - (L \cup K)$. Nyatakan maksud kawasan yang berlorek itu.

[10/100]

- (iii) Adakah ayat matematik ini sah: $P(\emptyset - \emptyset)$? Jika sah, apakah hasilnya? Jelas jawapan anda.

[10/100]

2. (a) Diberi $S_n = (1 \times 2^0) + (2 \times 2^1) + \dots + (n \times 2^{n-1})$, di mana $n \in \mathbb{Z}^+$.

- (i) Dengan menggunakan matematik aruhan (induction) buktikan:

$$(1 \times 2^0) + (2 \times 2^1) + \dots + (n \times 2^{n-1}) = ((n-1) \times 2^n), n \in \mathbb{Z}^+.$$

[10/100]

- (ii) Bangun satu pseudokod yang dapat mencari nilai ke-n untuk jujukan S_n di atas.

[20/100]

- (b) Diberi tatasusunan (array) seperti berikut, $A = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]$.

- (i) Apakah hasil yang tercetak jika fungsi `Preorder()` dipanggil dengan nilai-nilai ini, `Preorder(A[], 1, 16)`?

```

Fungsi Preorder(A[ ], a, b)
A[1..n] array of integer
n: integer
Mula
    Cetak A[n]
    If (a < b) then
        Preorder(A[ ], a, (a + ⌊(b-a)/2⌋))
        Preorder(A[ ], (a + ⌈(b-a)/2⌉), b)
    return ( )
Tamat

```

[10/100]

- (ii) Jika hasil yang tercetak dari 2(b)(i) di atas ialah susunan nod-nod satu pohon yang dilawati secara tertib awalan (pre-order), lukis pohon tersebut.

[10/100]

- (iii) Bangun satu pseudokod yang dapat melawati pohon di atas secara tertib sisipan (in-order).

[10/100]

(c) Diberi tatasusunan (array) seperti berikut: $B = [1,0,1,1,1,0,0,1,0,1,0,1,1,0]$.

(i) Apakah hasil yang tercetak jika fungsi $MKT()$ dipanggil dengan nilai-nilai ini, $MKT(B[], 16)$?

```

Fungsi MKT(B[ ], n)
B[1..n] array of integer
i, n, keadaan: integer
Mula
    keadaan  $\leftarrow$  0
    For i  $\leftarrow$  1 thru n by 1
        If (B[i] = 0 dan keadaan = 0) then
            keadaan  $\leftarrow$  0
        If (B[i] = 0 dan keadaan = 1) then
            keadaan  $\leftarrow$  1
        If (B[i] = 1 dan keadaan = 0) then
            keadaan  $\leftarrow$  1
        If (B[i] = 1 dan keadaan = 1) then
            keadaan  $\leftarrow$  0
    If (keadaan = 1) then
        return (benar)
    else
        return (palsu)
Tamat

```

[10/100]

(ii) Jika fungsi $MKT()$ adalah satu pseudokod yang menggambarkan sebuah Mesin Keadaan Terhingga, lukis gambar rajah Mesin Keadaan Terhingga tersebut.

[10/100]

(iii) Bangun satu pseudokod rekursi yang dapat melakukan proses yang sama seperti $MKT()$.

[20/100]

3. (a) Diberi R adalah satu hubungan di mana $R \subseteq A \times A$.

(i) Guna logik untuk menunjukkan bahawa jika hubungan R bersifat asimetrik maka hubungan R juga mestilah bersifat irrefleksif.

[10/100]

(ii) Beri contoh lawan (counter example) yang menunjukkan bahawa pernyataan berikut adalah palsu: Jika R bersifat irrefleksif maka R^2 mestilah bersifat irrefleksif.

[10/100]

- (iii) Beri contoh lawan (counter example) yang menunjukkan bahawa pernyataan berikut adalah palsu: Jika R adalah bersifat simetrik dan transitif maka R mestilah bersifat refleksif.
[10/100]
- (iv) Beri contoh lawan (counter example) yang menunjukkan bahawa pernyataan berikut adalah palsu: R adalah satu pohon jika $|R|=n-1$ dan R adalah asimetrik.
[10/100]
- (b) Jika R dan S adalah hubungan-hubungan di mana $R \subseteq A \times A$ dan $S \subseteq A \times A$. Jelas jawapan anda untuk soalan-soalan di bawah:
- (i) Adakah $R \cup S$ satu hubungan setara jika R dan S ialah hubungan setara?
[10/100]
- (ii) Adakah $R \cup S$ satu POSET jika R dan S ialah POSET?
[10/100]
- (iii) Adakah $R \cap S$ satu hubungan setara jika R dan S ialah hubungan setara?
[10/100]
- (iv) Adakah $R \cap S$ satu POSET jika R dan S ialah POSET?
[10/100]
- (c) Jawab soalan-soalan berikut serta beri penjelasan:
- (i) R dan S adalah hubungan-hubungan refleksif di mana $R \subseteq A \times A$ dan $S \subseteq B \times B$, $A \neq B$. Adakah $R \cup S$ bersifat refleksif?
[10/100]
- (ii) Andai R adalah satu hubungan dan juga merupakan pohon-2 lengkap dan $|R| = 2^n - 2$. Apakah $|S|$ jika $M_S = M_R^{(n-1)}$?
[10/100]

4. (a) Jadual peperiksaan akhir sedang dibuat. Hanya terdapat dua jenis peperiksaan, iaitu peperiksaan untuk pelajar ijazah pertama dan peperiksaan untuk pelajar ijazah sarjana. Hanya satu peperiksaan sahaja yang dijalankan dalam satu hari. Semua peperiksaan ijazah pertama tidak dibenarkan diadakan pada dua (atau lebih) hari yang berturut-turut. Anggapkan '0' sebagai peperiksaan untuk pelajar ijazah pertama dan '1' mewakili peperiksaan untuk pelajar sarjana.
- (i) Bangun satu Mesin Keadaan Terhingga dengan bilangan keadaan yang minima yang dapat menerima rentetan '0' dan '1' seperti yang dikehendaki di atas.
[15/100]
- (ii) Bangun Tatabahasa Struktur Frasa termudah berdasarkan jawapan 4(a)(i) di atas.
[15/100]
- (b) Pohon Fibonnaci ditakrifkan seperti berikut: T_1 dan T_2 adalah nod-nod daun. Nod T_n mempunyai nod T_{n-1} sebagai nod anak kiri dan nod T_{n-2} sebagai nod anak kanan.
- (i) Lukis pohon Fibonnaci yang berakarkan T_5 .
[10/100]
- (ii) Apakah ketinggian pohon Fibonnaci T_n ?
[10/100]
- (iii) Berapa kalikah anda akan memanggil fungsi Fibonnaci(n) dalam proses mencari nilai Fibonnaci ke-n? (Gunakan pohon Fibonnaci untuk mencari jawapan anda.)

```

Fungsi Fibonnaci(n)
n: integer
Mula
    If (n=1 atau n=2) then
        return( 1 )
    else
        return(Fibonnaci(n-1) + Fibonnaci(n-2))
Tamat

```

[10/100]

- (c) Beri contoh fungsi (dalam bentuk rumus) yang memetakan unsur dari set integer kepada set integer positif dengan kekangan-kekangan berikut:
- (i) Bersifat satu-kepada-satu tetapi tidak bersifat kepada. [10/100]
 - (ii) Tidak bersifat satu-kepada-satu tetapi bersifat kepada. [10/100]
 - (iii) Bersifat satu-kepada-satu dan bersifat kepada. [10/100]
 - (iv) Tidak bersifat satu-kepada-satu dan tidak bersifat kepada. [10/100]