UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2001/2002

September 2001

CPT102/CAT101 – Struktur Diskret

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
- Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
- Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Diberi A = {m, n}, B = {m, {m, n}}, C = {{m}, {n}}, D = {{m}, {m, n}}. Tentukan sama ada pernyataan di bawah adalah BENAR atau PALSU.

(i) $A \in B$ (vi) $\{m\} \notin B$

(ii) $A \subseteq B$ (vii) $A \in D$

(iii) $\{\ \} \subseteq C$ (viii) $\{m\} \subset A$

(iv) $C \subset \overline{D}$ (ix) $D - B = \{m, \{n\}\}$

(v) $\{m\} \subseteq C$ (x) $(A \cap B) \subseteq \{m, n\}$

[20/100]

(b) Diberi A = {c, b} dan $B = \{x \mid (x \in Z^+) \wedge (n \in Z^+) \wedge (n \bmod 3 = x)\}$.

(i) Dapatkan set $B \times (A - \{a\})$.

(ii) Tuliskan satu contoh unsur dari set $((A \times B) \times B)$.

(iii) Tuliskan satu contoh unsur dari set $(A \times (B \times B))$.

(iv) Dapatkan $(\,|A \times (A - \{b\})|\,) - (\,|A|\,) - (\,|(A - \{c\})|\,)$.

[20/100]

(c) $J_{n,k}$ adalah jumlah cara membahagi set yang mengandungi n unsur kepada k subset bukan kosong. Di dalam konteks hubungan setara, $J_{n,k}$ adalah jumlah hubungan setara yang boleh dibina dari n unsur yang dipetakkan kepada k petak. Contoh: $J_{3,2} = 3$ kerana {a,b,c} boleh dipetakkan kepada { {a,b}, {c} }, { {a,c}, {b} }, dan { {b,c}, {a} }.

(i) Dapatkan lima unsur pertama dari jujukan S, jika $S_n = J_{n,2}$, $n \in Z$, $n>1$.

(ii) Dapatkan rumus rekursi tak tersirat untuk jujukan S.

(iii) Dapatkan lima unsur pertama dari jujukan T, jika $T_n = J_{n,n-1}$, $n \in Z$, $n>1$.

(iv) Dapatkan rumus rekursi tak tersirat untuk jujukan T.

[40/100]

(d) Jawab soalan-soalan ringkas berikut:

(i) Dapatkan contoh fungsi f(n), g(n), h(n) dan e(n) di mana

$f(n) = \theta\ (g(n))$,

$h(n) = \theta\ (e(n))$ dan

$f(n) - g(n) \neq \theta\ (g(n) - e(n))$

[10/100]

(ii) Buku Struktur Matematik Diskret mengandungi 584 muka surat dalam 13 bab; maka, sudah tentu akan terdapat bab dari buku tersebut yang mempunyai sekurang-kurangnya berapa muka-surat?

[5/100]

(iii) Apakah bilangan minimum pelajar yang perlu ada di dalam kelas Struktur Diskret supaya sekurang-kurangnya lima orang akan menerima gred yang sama. Gred-gred yang mungkin adalah A, A–, B+, B, B–, C+, C, C–, D+, D, D–, F.

[5/100]

2. (a) Set T dan V didefinisikan seperti berikut: $T = \{a, b, c, d\}$, $V = \{R \mid R \subseteq T \times T\}$.

(i) Dapatkan kekardinalan (cardinality) bagi set P(T).

[5/100]

(ii) Bangunkan satu pseudokod yang dapat menyenaraikan semua unsur dari set kuasa bagi set T. Setiap unsur mestilah disenaraikan pada baris baru. Anda boleh gunakan arahan “cetak baris baru” di dalam pseudokod anda untuk mendapatkan baris baru.

[20/100]

(iii) Jika setiap satu unsur dari set V adalah hubungan, beri satu contoh unsur V dalam perwakilan matriksnya.

[5/100]

(iv) Bangunkan satu pseudokod yang dapat menyenaraikan semua unsur dari set V dalam bentuk perwakilan matriks. Contoh hasil pseudokod anda adalah seperti berikut:

```
…
matriks 2
0 0 1 0
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 0 0

matriks 3
0 0 1 1
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 0 0
…
```

[20/100]

(b) Bangunkan satu pseudokod, Fungsi Adakah_transitif(M[ ][ ], n), yang akan menghasilkan nilai '1' (integer 1) jika matriks M yang bersaiz n x n adalah bersifat transitif atau menghasilkan nilai '0' (integer 0) jika matriks M adalah tidak bersifat transitif. Nota: Matriks M adalah matriks perwakilan bagi sesuatu hubungan.

[20/100]

(c) Apakah tugas fungsi Foo( )?

```
Fungsi Foo(M[ ][ ], m,n)
M[ ][ ] array of integer
m,n: integer
Mula
    Return( Foo_R(M[ ][ ], n,m,n) );
Tamat

Fungsi Foo_R(M[ ][ ], n,a,b)
M[ ][ ] array of integer
m,n,a,b,s: integer
Mula
    if (b = 1) then
        if (a = 1) then
            s <- M[1][1]
        else
            s <- M[a][1] + Foo_R(M[ ][ ], n,a-1,n)
    else
        s <- M[a][b] + Foo_R(M[ ][ ], n,a,b-1)
    return(s)
Tamat
```

[10/100]

(d) Dengan mengunakan pengetahuan yang didapati dari soalan-soalan di atas, bangunkan satu pseudokod, Fungsi Berapa_Transitif(n), yang akan memulangkan jumlah matriks n x n yang berlainan, yang mempunyai sifat transitif. Contohnya, Berapa_Transitif(2) akan memulangkan nilai 13 kerana hanya ada tiga matriks 2x2 perwakilan bagi hubungan yang tidak transitif seperti yang ditunjukkan di bawah.

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

[20/100]

3. (a) Untuk soalan ini anggapkan A = {a,b,c} dan hubungan $R \subseteq A \times A$.

(i) Jika ada, tuliskan satu contoh M_R di mana hubungan R bersifat tidak refleksif dan hubungan R juga adalah merupakan fungsi satu-kepada-satu.

(ii) Jika ada, tuliskan satu contoh M_R di mana hubungan R bersifat tidak asimetri dan tidak antisimetri.

(iii) Jika ada, tuliskan satu contoh M_R di mana hubungan R bersifat simetri dan hubungan R juga adalah merupakan pohon.

(iv) Jika ada, tuliskan satu contoh M_R di mana hubungan R adalah hubungan setara dan hubungan R juga adalah hubungan poset.

[40/100]

(b) A = { 25, 30, 35, 40 } adalah set nilai pelaburan skim cepat kaya. B = { 25, 38, 40, 27, 39 } adalah set nilai wang yang dimiliki oleh lima orang yang berlainan. Jika P, adalah merupakan set pelaburan yang merupakan **fungsi** dari B ke A.

Contoh satu set pelaburan adalah seperti berikut di mana pelabur yang mempunyai wang sebanyak 25 melabur pada pelaburan bernilai 25, pelabur yang mempunyai wang sebanyak 38 melabur pada pelaburan bernilai 25 dan seterusnya.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc}25 & 30 & 35 & 40\end{array}\\ \begin{array}{c}25\\38\\40\\27\\39\end{array} & \mathbf{E}: \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\end{array}$$

(i) Tuliskan definisi set P dalam bentuk rumus.

(ii) Dapatkan | P | jika semua fungsi di dalam P adalah “menyeluruh”.

(iii) Dapatkan | P | jika semua fungsi di dalam P adalah “pada”.

(iv) Dapatkan | P | jika semua fungsi di dalam P adalah menyeluruh dan “pada”.

[40/100]

(c) Untuk soalan ini anggapkan |A| = n, dan hubungan-hubungan yang dimaksudkan adalah subset dari set A x A.

(i) Berapakah jumlah hubungan yang bersifat refleksif dan simetri, yang dapat dijanakan dari set A? (Petua: gunakan perwakilan matriks hubungan untuk menjawab soalan ini).

(ii) Jika $\sum_{k=1}^{n} J_{n,k}$ adalah jumlah hubungan setara yang boleh dijanakan dari set A, maka tuliskan **dalam bentuk rumus** jumlah hubungan bersifat transitif yang dapat dijanakan dari set A. (Nota: $J_{n,k}$ adalah seperti yang telah definisikan pada soalan 1(c), dan soalan 2(d) juga menjawab soalan ini tetapi di dalam bentuk pseudokod.)

[20/100]

4. (a) Soalan-soalan berikut adalah untuk pohon-2 (pohon binari):

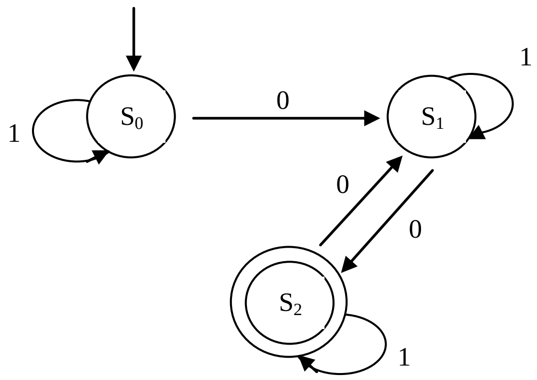
(i) Lukiskan satu pohon supaya apabila non-nodnya dilawati secara tertib awalan (pre-order), susunan yang diperolehi adalah a, b, c, d, e, f, g, h, i, dan j.

(ii) Mungkinkah terdapat dua pohon yang berbeza dengan nod-nod a,b, dan c yang mempunyai susunan non-nod yang sama apabila dilawati secara tertib awalan (pre-order)? Beri contoh jika jawapan anda ‘ya’.

(iii) Mungkinkah terdapat dua pohon (yang mempunyai bilangan nod lebih dari satu) berlainan tetapi mempunyai susunan nod-nod yang sama, $S_1,S_2,S_3....$, apabila dilawati secara tertib awalan (pre-order) dan mempunyai susunan nod-nod yang sama, $J_1,J_2,J_3....$, apabila dilawati secara tertib akhiran (post-order)? Beri contoh jika jawapan anda ‘ya’.

[30/100]

(b) Diberi mesin keadaan terhingga seperti di bawah.



(i) Tulis jadual peralihan keadaan (transition table) bagi mesin di atas.

(ii) Dapatkan ungkapan nalar termudah yang didefinisikan oleh mesin di atas.

(iii) Dapatkan tatabahasa struktur frasa G=(V,T,S,P) termudah yang didefinisikan oleh mesin di atas.

[30/100]

(c) Jawab soalan-soalan ringkas berikut:

(i) Diberi $R_1 \subseteq A \times A$ dan $R_2 \subseteq A \times A$, R_1 dan R_2 adalah hubungan setara. Adakah $R_1 \cup R_2$ juga satu hubungan setara? Tunjukkan jalan kerja pembuktian anda.

[10/100]

(ii) Diberi $R_1 \subseteq A \times A$ dan $R_2 \subseteq A \times A$, R_1 dan R_2 adalah poset. Adakah $R_1 \cup R_2$ juga satu poset? Tunjukkan jalan kerja pembuktian anda.

[10/100]

(iii) Diberi satu ungkapan nalar seperti berikut: 1^*0^+z, Bina mesin-keadaan-terhingga terkecil dan tuliskan tatabahasa struktur frasa G yang terkecil (set pengeluaran yang terkecil) untuk ungkapan nalar yang diberi.

[20/100]

- oooOooo -