

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2000/2001

September/Oktober 2000

**CPT102/CAT101/CSC111 - Struktur Diskret**

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
  - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
  - Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
-

1. (a) Pastikan kebenaran ungkapan-ungkapan Boolean di bawah. Tunjukkan jalan kerja anda.

(i)  $x \wedge (y \vee (x \wedge z)) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$  (5 markah)

(ii)  $((x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \wedge x_3)) \wedge \neg(x_4 \vee x_3) = 0$  (5 markah)

(iii)  $x \wedge (x \vee y) = x$  (5 markah)

(iv) Untuk soalan (i), (ii), dan (iii) di atas, **jika** ungkapan yang diberi adalah palsu, untuk nilai apakah (bagi pemboleh-ubah yang hadir) yang akan menjadikan ungkapan tersebut benar. (5 markah)

(b) Diberi set-set seperti di bawah:

$$A = \{p \mid (p \in \mathbb{Z}^+) \wedge (p \leq (21 \text{ div } 4)) \}$$

$$B = \{ (q,r) \mid ((q,r) \in A \times A) \wedge (q \bmod r = 1) \}$$

$$C = \{ s \mid (s \in \mathcal{P}(B)) \wedge (\text{panjang } s = 2) \}$$

(i) Tuliskan tiga unsur dari set A, tiga unsur dari set B dan tiga unsur dari set C. (15 markah)

(ii) Dapatkan  $|P(A)|$ ,  $|P(B)|$ , dan  $|P(C)|$ . (15 markah)

(iii) Jika set B adalah set hubungan-hubungan ke atas set A, lukiskan digraf bagi hubungan set B. (5 markah)

(iv) Dari soalan (iii) di atas, senaraikan darjah-masuk dan darjah-keluar untuk setiap nod. (5 markah)

(v) Dari soalan (iii) di atas, senaraikan semua pasangan-pasangan nod yang dapat dihubungkan dengan menggunakan tiga dan hanya tiga sisi. (10 markah)

(c) Jawab soalan-soalan pengiraan berikut:

- (i) Cik Rose adalah seorang penjual kereta Perodua. Cik Rose boleh menjual maksimum 10 buah kenderaan sebulan dari jenis Kenari, Kembara dan Kancil. Ada berapakah kombinasi kenderaan yang berbeza yang boleh dijual setiap bulan oleh Cik Rose? (Perhatian: Cik Rose tidak semestinya menjual 10 buah kenderaan sebulan.)

(10 markah)

- (ii) Sammy ingin membeli nombor kereta (nombor plat) dari pihak JPJ untuk kereta Kenari barunya. Nombor yang boleh dipilih adalah dari nombor PEE 1 hingga PEE 9999. Tetapi Sammy hanya inginkan nombor yang mana jika digit-digitnya dicampurkan mestilah genap pada perpuluhannya (jumlah\_digit mod 10 = 0). Ada berapakah nombor-nombor plat yang dapat memenuhi cita-rasa Sammy?

(10 markah)

- (iii) Lee juga ingin membeli nombor plat untuk kereta barunya. Antara nombor kereta dari PEE 1 hingga PEE 9999, Lee hanya inginkan nombor kereta yang sekurang-kurangnya mengandungi satu digit '8'. Ada berapakah nombor-nombor plat yang dapat memenuhi cita-rasa Lee?

(10 markah)

2. (a) Dua jujukan didefinisikan seperti berikut:

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-2}, S_1 = 1, S_2 = 1, n \in \mathbb{N}, n > 2$$

$$J_m = \sum_{i=1}^m S_i, m \in \mathbb{N}, m > 0$$

- (i) Tulis lima unsur pertama dari jujukan  $S_n$ .

(5 markah)

- (ii) Tulis lima unsur pertama dari jujukan  $J_m$ .

(5 markah)

- (iii) Bangunkan sebuah pseudokod, Fungsi Cari(m), yang akan memberi nilai ke-m pada jujukan  $J_m$ .

(20 markah)

(b) Diberi sebuah pseudokod seperti di bawah:

```

FUNGSI Foo(n)
i,j,n: INTEGER
A[1..n] ARRAY OF BOOLEAN
BEGIN
1  IF (n > 10000) THEN
2    PRINT "Input terlalu besar"
3    EXIT
4  FOR i ← 2 THRU n BY 1
5    A[i] ← 1
6  FOR i ← 2 THRU n BY 1
7    FOR j ← i THRU n BY 1
8      IF (j mod i = 0) THEN
9        A[j] ← 0
10 FOR i ← 2 THRU n BY 1
11  IF (A[i] = 1) THEN
12    PRINT A[i]
13 RETURN ( )
END

```

- (i) Senaraikan nombor yang dicetak oleh pseudokod di atas jika  $n = 20$ .  
(5 markah)
- (ii) Huraikan dengan perkataan perkara yang dilaksanakan oleh Fungsi Foo(n).  
(10 markah)
- (iii) Apakah akan terjadi jika  $n$  mengambil nilai integer negatif?  
(5 markah)
- (iv) Huraikan dengan perkataan perkara yang akan berlaku jika barisan 6-9 dari pseudokod di atas ditukarkan dengan barisan-barisan ini.

```

FOR i ← 2 THRU n BY 1
  IF (A[i] ≠ 0) THEN
    FOR j ← i THRU n BY 1
      IF (j mod i = 0) THEN
        A[j] ← 0

```

(10 markah)

- (v) Apakah kompleksiti algoritma Fungsi Foo(n) dalam sebutan  $\theta$ ?  
(5 markah)

(c) Diberi sebuah pseudokod seperti di bawah:

```

FUNGSI Goo(B[ ])
t,i,j,n: INTEGER
B[1..n] ARRAY OF INTEGER
BEGIN
  FOR i ← 1 THRU (n-1) BY 1
    FOR j ← 1 THRU (n-1) BY 1
      IF (A[j] < A[j+1]) THEN
        t ← A[j]
        A[j] ← A[j+1]
        A[j+1] ← t
      RETURN(B[ ])
    END
  END

```

- (i) Surih fungsi ini untuk  $B = [1,3,2,5,7,2]$ . (5 markah)
- (ii) Huraikan dengan perkataan perkara yang dilaksanakan oleh Fungsi Goo(B[ ]). (5 markah)
- (iii) Apakah kompleksiti algoritma ini dalam sebutan  $\theta$ ? (5 markah)
- (iv) Pseudokod di atas tidak perlu melakukan kesemua gelung-gelung tersebut jika input yang diterima adalah seperti yang dikehendaki. Oleh itu, ubahsuai pseudokod di atas supaya ia mempunyai kompleksiti berikut  $\theta(n^2)$  untuk input-input yang normal dan kompleksiti  $\theta(n)$  jika input yang diterima adalah seperti yang dikehendaki. (20 markah)
3. (a) Set A didefinisikan seperti berikut  $A = \{ 1,2,3,4,5,6,7,8 \}$ . R adalah set hubungan ke atas set A yang didefinisikan seperti berikut  $R = \{ (1,2), (4,3), (3,5), (6,4), (5,6), (6,5), (5,7), (7,8), (6,8), (8,6) \}$ .
- (i) Lukiskan digraf untuk R. (5 markah)
- (ii) Tentukan penutup simetri untuk R. (5 markah)
- (iii) Berikan perwakilan matrik untuk R. (5 markah)

- (iv) Tentukan  $R^2$ . (5 markah)
- (v) Bolehkah anda lukiskan gambarajah Hasse untuk  $(A,R)$ ? Jika boleh, sila lukiskan, dan jika tidak, sila jelaskan sebabnya. (5 markah)
- (vi) Senaraikan 3 kitar panjang 4 dari nod 6. (5 markah)
- (b)  $A$  adalah set yang didefinisikan seperti berikut  $A = \{ a,b,c \}$ .  $R_n, n=\{ 1,2,3,4 \}$  adalah hubungan-hubungan ke atas set  $A$ .
- (i) Tuliskan contoh  $M_{R_1}$  di mana  $R_1$  bersifat transitif dan simetri. (5 markah)
- (ii) Tuliskan contoh  $M_{R_2}$  di mana  $R_2$  bersifat refleksif dan simetri. (5 markah)
- (iii) Tuliskan contoh  $M_{R_3}$  di mana  $R_3$  bersifat tidak refleksif dan tidak irrefleksif. (5 markah)
- (iv) Tuliskan contoh  $M_{R_4}$  di mana  $R_4$  bersifat asimetri dan antisimetri. (5 markah)
- (v) Ada berapa hubungan yang mempunyai sifat seperti  $R_2$  yang boleh dijanakan? (5 markah)
- (vi) Ada berapa hubungan yang mempunyai sifat seperti  $R_3$  dan  $R_4$  yang boleh dijanakan? (5 markah)
- (vii) Ulang soalan (v) dengan anggapan  $|A| = n$ . (10 markah)
- (viii) Ulang soalan (vi) dengan anggapan  $|A| = n$ . (10 markah)

(c) Terdapat dua buah set seperti berikut:

$$Uda = \{ u1, u2, u3 \}$$

$$Dara = \{ d1, d2, d3 \}$$

- (i) Ada berapakah banyak fungsi menyeluruh yang berbeza yang dapat memetakan set Uda kepada set Dara?  
(5 markah)
- (ii) Ada berapakah banyak fungsi '**pada**' yang berbeza yang dapat memetakan set Uda kepada set Dara?  
(5 markah)
- (iii) Ada berapakah banyak fungsi satu-kepada-satu yang berbeza yang dapat memetakan set Uda kepada set Dara?  
(5 markah)
- (iv) Jika fungsi pemetaan kes (i), (ii), dan (iii) di atas bermaksud perkahwinan, kes yang manakah membenarkan poligami? Jelaskan jawapan anda.  
(5 markah)
4. (a) Diberi sebuah set  $S = \{ F, \{F\}, \{\}, \{ \{ \{F\} \}, F \}$  dan  $D = P(S)$ . Jika set menggambarkan 'folder' dan unsur 'F' menggambarkan fail di dalam sistem pengoperasian Window2000<sup>TM</sup>. Lukiskan pohon 'directory' yang mana set D merupakan akar kepada pohon tersebut.
- (i) Ada berapakah salinan fail 'F' yang sama di dalam set D?  
(5 markah)
- (ii) Ada berapakah nod di dalam pohon tersebut?  
(5 markah)
- (iii) Apakah ketinggian pohon tersebut?  
(5 markah)
- (iv) Jika pohon tersebut adalah jenis pohon-n, apakah nilai n?  
(5 markah)
- (v) Ada berapakah nod pada ketinggian 1 di pohon tersebut?  
(5 markah)
- (vi) Senaraikan nod-nod yang dilawati dengan cara preorder ke atas pohon tersebut.  
(5 markah)

(b) Sebuah bahasa didefinisikan dengan tatabahasa  $G = \{V, T, S, P\}$  seperti dibawah:

$$V = \{ x, y, z, S \}$$

$$T = \{ x, y, z \}$$

$$S = \{ S \}$$

$$P = \{ S \rightarrow yzS, S \rightarrow yyS, S \rightarrow x, S \rightarrow zy \}$$

- (i) Senaraikan lima ayat/unsur terpendek dari set  $L(G)$ . (10 markah)
- (ii) Lukiskan pohon penerbitan bagi dua ayat ini:  $yyyzyyx$  dan  $zyyyx$ . (10 markah)
- (iii) Tuliskan kembali bahasa di atas dengan menggunakan notasi BNF. (10 markah)

(c) Jawab soalan-soalan di bawah ini.

- (i) Diberi sebuah pohon-2 lengkap di mana semua daun-daunnya berada pada aras yang sama. Jika bilangan nod-nod di dalam pohon tersebut adalah  $N$ .
- Apakah ketinggian pohon tersebut? (5 markah)
  - Ada berapakah nod-nod jenis daun di dalam pohon tersebut? (5 markah)
  - Ada berapakah nod-nod jenis bukan daun dan bukan akar di dalam pohon tersebut? (5 markah)
  - Ada berapakah hubungan di dalam pohon tersebut? (5 markah)
- (ii) Bina sebuah mesin-keadaan-terhingga terkecil yang menerima rentetan simbol dari set simbol  $\{0,1\}$  yang mempunyai bilangan nombor 1 yang genap. (10 markah)
- (iii) Bina sebuah mesin-keadaan-terhingga terkecil yang menerima rentetan simbol dari set simbol  $\{a,x,y,o\}$  yang mempunyai rentetan simbol 'ayoo'. (10 markah)