

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 1999/2000

April 2000

CAT101/CSC111 - Struktur Diskret

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

- Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** soalan di dalam **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.
 - Jawab **SEMUA** soalan dalam Bahasa Malaysia.
 - Peperiksaan ini akan dijalankan secara 'Open Book'.
-

1. (a) Satu bancian telah dibuat untuk menentukan jenama komputer yang digunakan oleh pelajar-pelajar di sebuah institut pengajian tinggi di Malaysia. Set A adalah set jenama komputer, set B adalah set jantina pelajar-pelajar dan set C adalah set tahun-pengajian seseorang pelajar. Set-set tersebut ditakrifkan seperti di bawah:

$$A = \{ \text{IBM}^{TM}, \text{DEC}^{TM}, \text{Macintosh}^{TM} \}$$

$$B = \{ \text{Lelaki}, \text{Wanita} \}$$

$$C = \{ \text{Tahun1}, \text{Tahun2}, \text{Tahun3} \}$$

- (i) Dapatkan kardinaliti untuk ungkapan-ungkapan ini: $|A|$, $|B \times A|$, $|C|$, $|P(B - B)|$, $|P(B) - B|$, dan $|P(A \times B)|$.
(15 markah)
- (ii) Di antara tiga perwakilan pendaraban Cartesan ini, perwakilan manakah yang mungkin paling tidak sesuai pada pendapat anda? Kenapa?
(5 markah)
- (1) $((A \times B) \times C)$
(2) $(A \times (B \times C))$
(3) $((A \times C) \times B)$
- (iii) Ada berapakah unsur panjang 2 di dalam set ini, $(P(B))^*$?
(5 markah)
- (iv) Jika $(\text{Tahun1}, (\text{Tahun2}, \text{Wanita})) \in C \times (C \times B)$, dapatkan set X di mana ungkapan ini benar $\{\text{Tahun1}, \{\text{Tahun2}, \text{Wanita}\}\} \perp X$.
(5 markah)
- (v) Tentukan sama ada ungkapan-ungkapan ini benar atau palsu jika set $D = \{ \text{Lelaki}, \text{Wanita}, \{\text{Lelaki}, \text{Wanita}\} \}$:
(15 markah)
- (1) $B \perp D$
(2) $B \in D$
(3) $P(B) \perp D$
(4) $P(B) \in D$
(5) $B \in P(D)$

- (b) Ali ingin memilih kata-laluan yang sesuai untuk komputer peribadinya.

- (i) Berapa banyak kata-laluan yang boleh dijanakan oleh Ali jika kata-laluan tersebut mesti mempunyai panjang 5 digit, dan digit-digit yang boleh digunakan hanyalah digit '0', '1' dan '2' sahaja?
(5 markah)

- (ii) Berapa banyak kala-laluan yang boleh dijanakan oleh Ali jika kata-laluan tersebut mestilah mengandungi 3 digit dari digit-digit sistem persepuluhan, $D_1D_2D_3$, dengan syarat $D_1 + D_2 + D_3 = 8$?

(15 markah)

- (iii) Berapa banyak kala-laluan yang boleh dijanakan oleh Ali jika kata-laluan tersebut hanya boleh mengambil nilai nombor genap di antara 999 dan 9999, dengan syarat tiada digit yang sama hadir pada nombor genap tersebut?

(15 markah)

- (c) Diberikan dua matrik boolean A dan B seperti di bawah:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (i) Dapatkan $A ; B$.

(5 markah)

- (ii) Adakah $A ; (A ; A) = (A ; A) ; A$? Kenapa?

(5 markah)

- (d) Diberikan dua jujukan seperti di bawah:

$$a_n = 2^n + 1$$

$$b_n = n^2 + 1$$

- (i) Dapatkan $\sum_{i=1}^4 a_n b_n$.

(5 markah)

- (ii) Untuk nilai integer n yang besar, adakah benar $a_n > b_n$? Kenapa?

(5 markah)

2. (a) Bangunkan pseudokod-pseudokod di bawah:

- (i) Tuliskan sebuah pseudokod, KIRA(x), di mana pseudokod tersebut akan mengira dan memulangkan nilai $\sum_{i=1}^x a_n b_n$. Jujukan a_n dan b_n adalah jujukan seperti yang terdapat pada soalan 1(d)(i).

(20 markah)

- (ii) Dapatkan ungkapan rekursi bagi jujukan a_n yang terdapat pada soalan 1(d)(i).

(5 markah)

- (iii) Berdasarkan kepada jawapan 2(a)(ii) di atas, bangunkan sebuah pseudokod rekursi yang dapat memberikan nilai ke-n dari jujukan a_n tersebut.

(20 markah)

(b) Diberikan sebuah pseudokod seperti di bawah:

```

FUNCTION Foo_R(x, y)
r, x,y: INTEGER
BEGIN
  IF (x = y) THEN
    r ♦ x
  ELSE
    IF (x < y) THEN
      r ♦ Foo_R(x, y - x)
    ELSE
      r ♦ Foo_R(x - y, y)
    RETURN (r)
  END

```

- (i) Dapatkan surihan bagi fungsi di atas jika fungsi tersebut dipanggil dengan nilai $x = 120$ dan $y = 15$. (5 markah)
- (ii) Apakah kegunaan fungsi ini? (5 markah)
- (iii) Tuliskan kembali pseudokod di atas dengan menggunakan gelung (tanpa menggunakan kaedah pseudokod rekursi). (20 markah)

(c) Diberikan satu pseudokod seperti di bawah:

- (i) Apakah nilai yang akan dikembalikan oleh pseudokod $FOO(\{5, 7, 11\}, 3)$? (5 markah)
- (ii) Tuliskan satu pseudokod rekursi yang dapat mencari purata nilai-nilai yang tersimpan di dalam satu array $A[1..n]$.

```

FUNCTION FOO(A, k)
A[1..n] of INTEGER
k, count: INTEGER
sum: REAL
BEGIN
  IF (k = 1) THEN
    sum ♦ A[1]
  ELSE
    count ♦ A[k] + FOO(A, k-1)
    Sum ♦ count/k
  RETURN (Sum)
  END

```

(20 markah)

3. (a) Diberi $A = \{1, 2, 3, 5, 15\}$ dan P, Q adalah hubungan-hubungan ke atas set A .

$$P = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x \bmod y = 0\}$$

$$Q = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x \leq y\}$$

(i) Tuliskan hubungan-hubungan P dan Q di dalam bentuk matrik. (10 markah)

(ii) Dapatkan $(M_P \circ M_Q)$ dan $(M_Q \circ M_P)$. (10 markah)

(iii) Dapatkan Julat $((M_P \circ M_Q)^{-1})$. (5 markah)

(iv) Dapatkan Domain $((M_P \circ M_Q)^{-1})^{-1}$. (5 markah)

(b) A adalah sebuah set. H dan R adalah dua hubungan ke atas set A ($H \subseteq A \times A$, $R \subseteq A \times A$). H adalah hubungan setara ke atas set A , dan hubungan R ke atas set A adalah bersifat refleksif.

(i) Jika $A = \{1, 2, 3\}$, lukiskan satu contoh hubungan H dalam bentuk digraf. (5 markah)

(ii) Jika $A = \{1, 2, 3\}$, lukiskan satu contoh hubungan R dalam bentuk digraf. (5 markah)

(iii) Jika $A = \{1, 2, 3\}$, tuliskan satu contoh matrik hubungan M_S . Hubungan S didifinasikan seperti berikut $S = H \leftrightarrow R$. (5 markah)

(iv) Jika $A = \{1, 2, 3\}$, tuliskan satu contoh matrik hubungan M_T . Hubungan T didifinasikan seperti berikut $T = H \approx R$. (5 markah)

(v) Jika $|A| = n$, ada berapakah hubungan R yang berbeza dapat dibentuk? Tunjukkan jalan kerja anda. (10 markah)

(vi) Jika $|A| = n$ dan H adalah hubungan setara yang tidak bersifat transitif, berapakah hubungan H yang dapat dibentuk? (10 markah)

- (c) Diberi $A = \{ 1, 2, 3 \}$.
- (i) Berikan contoh hubungan tertib separa ke atas set A yang juga merupakan satu fungsi. (5 markah)
 - (ii) Lukiskan gambar rajah Hasse untuk hubungan tertib separa yang anda perolehi dari (i). (5 markah)
 - (iii) Dapatkan dual bagi POSET (A, \leq) . Tunjukkan jalan kerja anda. (Nota: \leq adalah simbol untuk hubungan kurang atau sama dengan.) (10 markah)
 - (iv) Berapakah hubungan yang terdapat pada POSET $(P(A), \subseteq)$. Tunjukkan jalan kerja anda. (Nota: \subseteq adalah simbol untuk hubungan subset kepada.) (10 markah)
4. (a) Satu bahasa L ditakrifkan dengan menggunakan ungkapan nalar seperti berikut: 0^*z1^*z .
- (i) Tuliskan tatabahasa $G = (V, T, S, P)$ untuk bahasa L di atas. (10 markah)
 - (ii) Tuliskan satu mesin keadaan terhingga yang dapat menerima hanya dan hanya bahasa L di atas. (10 markah)
 - (iii) Pastikan sama ada ayat-ayat di bawah ini adalah ayat palsu atau ayat benar. Terangkan jawapan anda.
 - (1) Untuk soalan (i) di atas, benarkah nilai terkecil bagi $|V|$ adalah 3?
 - (2) Untuk soalan (i) di atas, benarkah nilai terkecil bagi $|T|$ adalah 3?
 - (3) Untuk soalan (i) di atas, benarkah nilai terbesar bagi $|P|$ adalah 10?
 (15 markah)
- (b) T adalah satu hubungan ke atas set A . Set A dan hubungan T adalah seperti berikut:
- $A = \{ \text{root, usr, bin, tmp, spool, ls, mail, who, junk, opr, uucp, printer, file, home, ali, lili, html} \}$
- $T = \{ (\text{root,usr}), (\text{root,bin}), (\text{root,tmp}), (\text{usr,spool}), (\text{spool,opr}), (\text{spool,uucp}), (\text{opr,printer}), (\text{uucp,file}), (\text{bin,ls}), (\text{bin,mail}), (\text{bin,who}), (\text{tmp,junk}), (\text{root,home}), (\text{home,ali}), (\text{home,lili}), (\text{ali,html}) \}$

- (i) Lukis hubungan T dalam bentuk digraf dan pastikan bahawa T adalah sebuah pohon. (10 markah)
- (ii) Berapakah bilangan daun-daun di dalam pohon T? (5 markah)

- (iii) Berapakah bilangan nod-nod pada ketinggian 3 pada pohon T? (5 markah)
- (iv) Berapakah ketinggian pohon T? (5 markah)
- (v) Adakah T^2 merupakan sebuah pohon? Tunjukkan jalan kerja anda. (5 markah)
- (vi) Senaraikan nod-nod adik-beradik bagi nod 'usr'? (5 markah)
- (vii) M_T adalah matrik bagi hubungan T dan h adalah ketinggian pohon T seperti yang anda telah perolehi dari soalan (iii) di atas. Dapatkan $|X|$ jika X adalah hubungan ke atas set A dan hubungan X memenuhi syarat berikut $M_X = (M_T)^h$. (10 markah)
- (c) Pastikan sama ada ayat-ayat di bawah ini adalah ayat palsu atau ayat benar. Terangkan jawapan anda.
- (i) Sebuah pohon T mempunyai N nod. Maka ketinggian minimum bagi pohon T ialah $\log_2 N$. (5 markah)
- (ii) Ada tiga POSET yang berbeza yang boleh dijanakan dari set A, jika $|A| = 3$. (5 markah)
- (iii) Tiada hubungan yang mempunyai sifat simetri dan asimetri pada masa yang sama. (5 markah)
- (iv) Jika $|A| = n$, maka terdapat 2^{n^2-n} set-set hubungan bersifat irrefleksif ke atas set A yang berlainan boleh dijanakan. (5 markah)