
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2012/2013 Academic Session

January 2013

EUM 113 – ENGINEERING CALCULUS
[MATEMATIK KEJURUTERAAN]

Duration : 3 hours

[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of TWELVE (12) pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA BELAS (12) mukasurat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: This question paper consists SIX (6) questions. Answer **FIVE** (5) questions. All questions carry the same marks.

Arahan: *Kertas soalan ini mengandungi ENAM (6) soalan. Jawab **LIMA** (5) soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama.]*

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah digunapakai.]

1. (a) Cari $\frac{dy}{dx}$ untuk persamaan $x = \sec^3(y^2 - 1)$

Find $\frac{dy}{dx}$ for equation $x = \sec^3(y^2 - 1)$

(10 markah/marks)

- (b) Dapatkan nilai lokal maksima dan nilai lokal minima bagi fungsi

Find all local maxima and minima of

$$f(x, y) = xy - x^3 - y^2$$

(20 markah/marks)

- (c) Kirakan $\iint xy \, dx dy$ bagi rantau dalam sukuan positif (pertama) di mana

$$x + y \leq 1$$

Evaluate $\iint xy \, dx dy$ over the region in the positive (first) quadrant for which $x + y \leq 1$.

(20 markah/marks)

- (d) Dapatkan $\frac{\partial z}{\partial s}$ dan $\frac{\partial z}{\partial t}$ bagi $z = e^{2r} \sin(3\theta)$, $r = st - t^2$ dan $\theta = \sqrt{s^2 + t^2}$

Find $\frac{\partial z}{\partial s}$ and $\frac{\partial z}{\partial t}$ for $z = e^{2r} \sin(3\theta)$, $r = st - t^2$ and $\theta = \sqrt{s^2 + t^2}$

(20 markah/marks)

- (e) Seorang jurutera trafik memerhati kadar kemasukan kereta yang memasuki lebuhraya utama di antara pukul 4.30pm sehingga 5.30pm. Dia mendapati bahawa kadar kereta memasuki lebuhraya, $R(t)$ diberi sebagai $R(t) = 100(1 - 0.0001t^2)$ kereta bagi setiap minit dimana t adalah masa dalam minit. Cari kadar purata (kereta per minit) dimana kereta memasuki lebuhraya pada setengah jam pertama.

A traffic engineer monitors the rate at which cars enter the main highway between 4.30pm until 5.30pm. He discovers that the rate $R(t)$ at which cars enter the highway is given by $R(t) = 100(1 - 0.0001t^2)$ cars per minute where t is the time in minutes. Find the average rate (cars per minute) at which cars enter the highway during the first half-hour.

(30 markah/marks)

2. (a) Buktikan $(u \times v) \cdot (w \times z) = \begin{vmatrix} u \cdot w & u \cdot z \\ v \cdot w & v \cdot z \end{vmatrix}$ bagi semua vektor u, v, w, z dalam R^3 .

[Guna $u \cdot (v \times w) = w \cdot (u \times v) = v \cdot (w \times u)$ dan $u \cdot (v \times w) = (u \cdot w)v - (u \cdot v)w$]

Prove $(u \times v) \cdot (w \times z) = \begin{vmatrix} u \cdot w & u \cdot z \\ v \cdot w & v \cdot z \end{vmatrix}$ for all vectors u, v, w, z in R^3 .

[Use $u \cdot (v \times w) = w \cdot (u \times v) = v \cdot (w \times u)$ and $u \cdot (v \times w) = (u \cdot w)v - (u \cdot v)w$]

(20 markah/marks)

(b) Cari had bagi

Find the limit of

$$(i) \quad \lim_{t \rightarrow 9} \frac{3t - \sqrt{t^3}}{9 - t} \qquad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x|-2x+10|}{x-5}$$

(20 markah/marks)

(c) Cari luas kawasan setempat yang disempadani oleh dua parabola, $x^2 = 4y$ dan $y^2 = 4x$.

Find the common area bounded by the two parabolas, $x^2 = 4y$ dan $y^2 = 4x$.

(30 markah/marks)

(d) Cari k supaya fungsi berikut adalah selanjut bagi sebarang selang.

Find k so that the following function is continuous over any interval.

$$f(x) = \begin{cases} e^k(x-1)^2 & \text{for } x < 3 \\ 5e^{-kx} & \text{for } x \geq 3 \end{cases}$$

(15 markah/marks)

- (e) Adakah $f(x) = \begin{cases} \frac{(17x^2 - 17)}{2x + 2}, & \text{if } x \neq -1 \\ 17 & , \text{ if } x = -1 \end{cases}$ selanjar pada -1? Jika tidak,

bagaimana ketakselajaran ini boleh dihapuskan dengan perubahan dalam fungsi?

Is $f(x) = \begin{cases} \frac{(17x^2 - 17)}{2x + 2}, & \text{if } x \neq -1 \\ 17 & , \text{ if } x = -1 \end{cases}$ continuous at -1? If not, how this

discontinuity can be eliminated with the changes in the function?

(15 markah/marks)

3. (a) Tentukan sama ada siri yang berikut adalah menumpu atau mencapah.

Determine whether the following series converges or diverges.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-n}{n(2^n)}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln n}$

(20 markah/marks)

- (b) Dapatkan siri Taylor bagi $f(x) = x^4 e^{-3x^2}$ sekitar $x = 0$

Find the Taylor series for $f(x) = x^4 e^{-3x^2}$ about $x = 0$

Diberi

Given that

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

(10 markah/marks)

- (c) Cari kecerunan garis tangen pada titik $(1,0)$ pada lengkung ditakrifkan oleh persamaan $\sin(xy) = x$.

Find the slope of the tangent line at the $(1,0)$ point on curve defined by the equation $\sin(xy) = x$.

(10 markah/marks)

...7/-

(d) Selesaikan kamiran berikut

Solve the following integral

(i) $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$

(ii) $\int \frac{3x^2 + x + 1}{(x-1)(x^2 + 4)} dx$

(30 markah/marks)

(e) Kadar aliran, Q (cm^3/saat), bagi suatu bendalir yang tidak boleh dimampatkan adalah di beri sebagai $Q = \int_0^{r_0} 2\pi r v \, dr$ di mana r ialah jejari (cm) dan v (cm/saat) ialah halaju bagi bendalir. Jadual di bawah memaparkan halaju bagi bendalir dan jejari, r .

The flow rate, Q ($\text{cm}^3/\text{second}$), of an incompressible fluid is given by

$Q = \int_0^{r_0} 2\pi r v \, dr$ where r is the radius (cm) and v (cm/second) is the velocity of the fluid. The following table gives the velocity of the fluid and the radius, r .

...8/-

i	1	2	3	4	5	6	7
r_i	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
v_i	10.000	9.722	8.889	7.500	5.556	3.056	0.000

Anggarkan kadar aliran menggunakan petua Simpson.

Estimate the flow rate using Simpson's rule.

(30 markah/marks)

4. (a) Selesaikan persamaan pembezaan homogen berikut

Solve the following homogenous differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy + 3y^2}{x^2 + 2xy}$$

(20 markah/marks)

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan kaedah pekali tak tentu

Solve the following differential equation by the method of undetermined coefficients.

$$y'' + 2y' + 4y = 15 \sin(-2+4x)$$

(40 markah/marks)

...9/-

- (c) Suatu tindakbalas bahan boleh dibentuk dengan persamaan pembezaan $\frac{dQ}{dt} = C(5 - Q)^2$ di mana $Q(t)$ ialah penyerapan bahan pada masa t . Penyerapan bahan adalah sifar pada pada masa awal dan didapati bersamaan 2 pada masa 5s. Tentukan nilai pemalar C dan cari penyerapan bahan pada masa 20 saat dan 30 saat.

A substance reaction is governed by the differential equation $\frac{dQ}{dt} = C(5 - Q)^2$ where $Q(t)$ is the absorption of the substance at time t . The initial absorption is zero and the absorption at time 5s is found to be 2. Determine the constant C and find the absorption at time 20s and 30s.

(40 markah/marks)

5. (a) Selesaikan

Solve

$$\frac{dy}{dx} = 1 + x + y + xy$$

dengan pengasingan pembolehubah-pembolehubah

by separating the variables

(10 markah/marks)

(b) Selesaikan

Solve

$$x \frac{dy}{dx} - 5y = x^7$$

(20 markah/marks)

(c) Selesaikan masalah nilai awal berikut dengan transformasi Laplace.

Solve the following initial value problem using Laplace transform.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 16y = 2 \sin 4t \quad , \quad y(0) = -\frac{1}{2} \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0$$

(30 markah/marks)

(d) Diberi persamaan pembezaan $\frac{dy}{dt} = y^2 + 1$ dengan $y(0) = 1$.

Given differential equation $\frac{dy}{dt} = y^2 + 1$ with $y(0) = 1$.

Gunakan kaedah Euler dengan $h=0.1$ untuk mendapatkan suatu anggaran penyelesaian berangka bagi $y(t)$ sehingga empat lelaran.

Use Euler's method with $h=0.1$ to obtain an approximate numerical solution for $y(t)$ up to four iterations.

(40 markah/marks)

6. (a) Selesaikan

Solve

$$2y - 3 \frac{dy}{dx} = y^4 e^{3x}$$

(20 markah/marks)

b) Selesaikan yang berikut dengan kaedah ubahan parameter:

Solve the following differential equation by the method of variation of parameters:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{t^2 + 1}$$

(30 markah/marks)

(c) Selesaikan persamaan pembezaan yang berikut dengan kaedah operator D:

Solve the following differential equation by D operator method:

$$(D^2 - 1)y = x \cos x$$

(20 markah/marks)

...12/-

- (d) Selesaikan
Solve

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 3}{2x + y - 3}$$

(30 markah/marks)

ooooOoooo