UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1991/92

Mac/April 1992

EUM 221- Kebarangkalian dan Statistik Gunaan

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan di dalam Bahasa Malaysia.

Markah bagi setiap soalan adalah 100. Pecahan markah bagi bahagian-bahagian soalan adalah seperti di dalam kurungan (...).

Mesin hitung boleh digunakan dan proses kiraan mestilah ditunjuk dengan jelas.

1. (a) Apakah dia proses stokastik ?
Berikan satu contoh yang menggambarkan proses stokastik.

(b) Berikan takrif yang jelas, apakah yang dimaksudkan dengan rantai Markov ?

Katakan $\underset{\sim}{P}^{(t)}$ ialah taburan kebarangkalian keadaan yang dihuni pada masa t. Berikan takrif yang jelas, apakah yang dimaksudkan dengan taburan pegun dan taburan keseimbangan bagi suatu rantai Markov ?

Bagi suatu tempat yang tertentu, data keadaan cuaca di analisa. Rantai Markov digunakan sebagai model untuk menggambarkan pertukaran keadaan cuaca seperti berikut:

$x_d = 0$ bagi cuaca cerah dan

$x_d = 1$ bagi hari hujan (cuaca mendung)

Sekarang ini musim hujan. Bagi setiap hari, d = 0, 1, 2,......., kebarangkalian keadaan cuaca bertukar dari keadaan hujan ke keadaan cuaca cerah dalam satu hari itu ialah 0.1. Manakala kebarangkalian keadaan cuaca beralih dari keadaan cuaca cerah ke keadaan hujan dalam satu hari itu ialah 0.7.

(i) Tentukan matriks peralihan, $\underset{\sim}{P}$ bagi rantai Markov di atas.

(ii) Diberi suatu hari tertentu (taburan awalnya), 70% cuaca akan bertukar dari keadaan hujan ke keadaan cerah dan 30% cuaca akan bertukar dari keadaan cerah ke keadaan hujan. Dapatkan kebarangkalian yang keadaan cuaca akan menjadi cerah dalam masa lima hari akan datang.

(iii) Dapatkan juga taburan keseimbangan bagi rantai Markov tersebut.

[100%]

2. x_1, x_2 ialah dua pembolehubah rawak selanjar dengan julat R dalam ruang Euclidean. Jika $f(x_1, x_2)$ ialah fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum bagi x_1 dan x_2, berikan sifat - sifat bagi f tersebut. Berikan takrif fungsi taburan sut bagi x_1 dan fungsi taburan bersyarat x_1 diberi x_2.

Katakan x ialah pembolehubah rawak markah bagi ujian Kertas Am bahagian I dan y ialah pembolehubah rawak markah bagi ujian Kertas Am bahagian II . Fungsi kebarangkalian tercantum bagi [x,y] di beri oleh,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{k}{100} & , 10 \le x \le 100, \quad 0 \le y \le 10 \\ 0 & , \text{lain - lain.} \end{cases}$$

(i) Carilah nilai k ? ✓

(ii) Dapatkan fungsi kebarangkalian sut bagi X dan Y. ✓

(iii) Tentukan fungsi kebarangkalian bersyarat bagi markah ujian bahagian II diberi markah ujian bahagian I. ✓

[60%]

(b) Kuasa elektrik (y) yang digunakan setiap bulan di loji kimia mempunyai perhubungan dengan suhu ambien (x_1) dan bilangan ton hasil pengeluaran yang dikeluarkan (x_2). Data - data yang diperolehi dari tahun-tahun lepas adalah seperti berikut:

Y (Volt)	X_1 (degree)	X_2 (ton)
240	25	100
236	31	95
290	45	110
274	60	88
301	65	94
316	72	99
300	80	97
296	84	96
267	75	110
276	60	105
288	50	100
261	38	98

Dapatkan model linear regresi berganda,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon$$

bagi data di atas.

β_0, β_1 dan β_2 ialah pekali – pekali regresi dan ϵ ialah

ralat dengan min 0 dan varians σ^2.

[40%]

3. Katakan $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ ialah sampel rawak dari suatu populasi yang tertabur normal dengan min μ dan varians σ^2.

Tunjukkan bahawa fungsi varians sampel, $\frac{(n-1)\,s^2}{\sigma^2}$ akan tertabur secara khi kuasa dua dengan darjah kebebasan $n-1$; χ^2_{n-1}.

Jabatan Pembangunan , USM amat berminat dan ingin mengkaji perubahan voltan keluaran. Mereka telah menguji 12 unit bekalan kuasa yang dipilih secara rawak. Keputusan dari ujian tersebut adalah seperti berikut:

5.34	5.00	5.07	5.25
5.65	5.55	5.35	5.35
4.76	5.54	5.44	4.61

Dengan menggunakan paras keertiaan, $\alpha = 0.05$, mereka telah melakukan pengujian hipotesis untuk menguji hipotesis nul, $\sigma^2 = 0.5$ melawan hipotesis alternatif $\sigma^2 \neq 0.5$. Apakah keputusan mereka ?

[60%]

(b) Daripada pengalaman yang lalu, diketahui bahawa pelajar-pelajar Kejuruteraan di USM, mendapat gred B, C, D dan F dalam kursus Matematik Kejuruteraan 1 dengan nisbah 9 : 3 : 3 : 1. Katakan x = 1 mewakili pelajar mendapat gred B, x = 2 mewakili gred C, x = 3 mewakili gred D dan x = 4 mewakili gred F. Suatu sampel seramai 150 orang pelajar dipilih secara rawak. Sampel tersebut mengandungi 85 pelajar mendapat gred B, 30 pelajar mendapat gred C, 25 pelajar mendapat gred D dan hanya 10 pelajar mendapat gred F.

(i) Carilah fungsi ketumpatan kebarangkalian (f. k. k) bagi x.

[illegible] dalam bahagian (i) melawan hipotesis alternatif bahawa f. k. k. itu tidak sama seperti dalam bahagian (i).
Gunakan paras keertian, $\alpha = 0.05$

(iii) Apakah rumusan anda terhadap keputusan hipotesis di atas.?

[40%]

4. (a) Sebuah syarikat pengeluar komputer telah membuat pemeriksaan terakhir mengenai pengeluaran komputer yang dikeluarkan. Dua kategori kerosakan telah dikenalpasti : kerosakan monitor atau papan kekunci, dan kerosakan cakera keras. Bilangan bagi setiap jenis kerosakan itu ialah pembolehubah rawak diskrit X dan Y. X mewakili kerosakan monitor atau papan kekunci, dan Y mewakili kerosakan cakera keras. 50 buah komputer diperiksa dan hasil daripada pemeriksaan itu adalah merupakan taburan kebarangkalian tercantum X dan Y seperti berikut:

Y\X	0	1	2	3	4	5
0	11/50	4/50	2/50	1/50	1/50	1/50
1	8/50	3/50	2/50	1/50	1/50	
2	4/50	3/50	2/50	1/50		
3	3/50	1/50				
4	1/50					

(i) Carilah taburan sut bagi x dan y.

(ii) Dapatkan taburan kebarangkalian bersyarat kerosakan cakera keras, diberi tidak ada kerosakan monitor atau papan kekunci.

(iii) Carilah juga min dan varians bagi kerosakan cakera keras.

[30%]

(b) Pertimbangkan model analisa varians satu hala,

$$x_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}, \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, k$$
$$j = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

X_{ij} ialah cerapan ke i j,

μ ialah purata keseluruhan ;

α_i ialah kesan rawatan ke i dan

e_{ij} ialah komponen ralat rawak ke i j

Jumlah kuasa dua keseluruhan, SS_T, jumlah kuasa dua rawatan (di antara rawatan), SS_t dan jumlah kuasadua ralat (dalam rawatan), SS_E ditakrifkan sebagai.

$$SS_T = \sum_i^k \sum_j^n (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 ,$$

$$SS_t = n \sum_i^k (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 \quad \text{dan}$$

$$SS_E = \sum_i^k \sum_j^n (x_{ij} - \bar{x}_{i.})^2$$

Nota:

$$X_{i.} = \sum_j^n X_{ij} \quad , \bar{X}_{i.} = \frac{X_{i.}}{n} \quad , i = 1, 2, \ldots\ldots k$$

$$X_{..} = \sum_i^k \sum_j^n X_{ij} \quad , \bar{X}_{..} = \frac{X_{..}}{N} \quad .$$

N ialah jumlah keseluruhan cerapan, iaitu N = kn.
Tunjukkan bahawa,

$$SS_T = SS_t + SS_E$$

Dalam Journal Minerals Engineering, Vol.3, No. 3/4, 1990, kertas bertajuk "Statistical Modelling Of A Shaking Table Separator " oleh Radzuan Razali dan T.J. Veasey ada menerangkan suatu eksperimen untuk menentukan kesan kecondongan meja ayun terhadap hasil pengeluaran minerals mengikut kedudukan jalur. Enam paras kecondongan meja digunakan dalam eskperimen tersebut dan keputusan hasil pengeluaran minerals mengikut kedudukan jalur diukur (sm) untuk dua cerapan seperti di bawah;

	Cerapan	
Kecondongan (darjah)	1	2
2.5	25.8	21.0
3.0	20.0	14.8
4.5	12.8	6.0
5.0	11.8	4.6
6.0	7.0	3.5
9.0	4.0	2.0

(i) Binalah jadual analisis varians (ANOVA) satu hala bagi data tersebut.

(i i) Dari (i), apakah kecondongan meja itu memberi kesan yang bererti ke atas hasil pengeluaran mengikut kedudukan jalur ?.
Gunakan $\alpha = 0.05$

[70%]

-oooOooo-