

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1988/89

Mac/April 1989

EUM 203 Penyelidikan Operasi

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Pastikan bahawa kertas ini mempunyai 8 muka surat berserta Lampiran ( 1 muka surat ) yang bercetak.

Kesemuanya terdapat LIMA (5) soalan. Jawab SEMUA soalan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

Markah bagi setiap soalan adalah 100. Pecahan markah bagi bahagian-bahagian soalan ditunjukkan di dalam kurungan ( . . . ).

Mesin hitung boleh digunakan. Proses kiraan mesti ditunjukkan dengan jelas.

1. (a) Selesaikan aturcara linear di bawah:  
maksimumkan  $z = 4x_1 + 2x_2$   
tertakluk kepada

$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 14$$

$$x_1 - x_2 \leq 3 \quad x_1, x_2 \geq 0$$

(35%)

- (b) Kadangkala di dalam aturcara linear terdapat kekangan selang seperti

$$1 \leq 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 9$$

Adakah kekangan selang di atas setara dengan

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 9, \quad x_4 \geq 0, \quad x_4 \leq 8?$$

(15%)

- (c) Sebuah syarikat mempunyai 4 gudang dan membekalkan 4 pelanggan. Oleh kerana jarak-jarak yang terlibat adalah kecil, maka bayaran dikenakan bagi mengangkut barang ke atas lori-lori di gudang-gudang (Bayaran A) dan bagi mengangkut barang keluar dari lori-lori di tempat-tempat pelanggan (Bayaran B). Bayaran-bayaran yang dikenakan adalah:-

<u>Gudang</u>	<u>Bayaran A Seunit</u>	<u>Bekalan</u>	<u>Pelanggan</u>	<u>Bayaran B Seunit</u>	<u>Permintaan</u>
1	1	20	1	1	15
2	2	20	2	2	35
3	3	30	3	3	15
4	4	10	4	4	10

Dapatkan penyelesaian awal dengan kaedah kos minimum.  
Kemudian cari penyelesaian optimum.

(50%)

2. (a) Sebuah firma mengeluarkan peti tv warna, peti tv hitam putih, radio, pemain piring hitam, dan speaker. Kos pengeluaran dan bilangan jam pembuatan adalah seperti di bawah.

	<u>Kos/Unit</u>	<u>Bilangan Jam</u> <u>Kerja/Unit</u>	<u>Harga Seunit</u>
TV Warna	\$ 930	20	\$ 1000
TV Hitam Putih	350	10	400
Radio	85	5	100
Pemain Piring Hitam	162	8	200
Speaker	90	2	100

Bilangan pemain piring hitam yang dikeluarkan setiap minggu mestilah sekurang-kurangnya 10 lebih banyak daripada bilangan speaker. Jumlah jam bekerja seminggu adalah 1000 jam, dan kos bekerja adalah \$1 sejam.

- (i) Rumuskan satu aturcara linear yang memaksimumkan untung.

(20%)

(ii) Rumuskan masalah dual dan selesaikan masalah ini dengan kaedah grafik.

(40%)

(iii) Dari (ii) dapatkan penyelesaian untuk masalah primal.

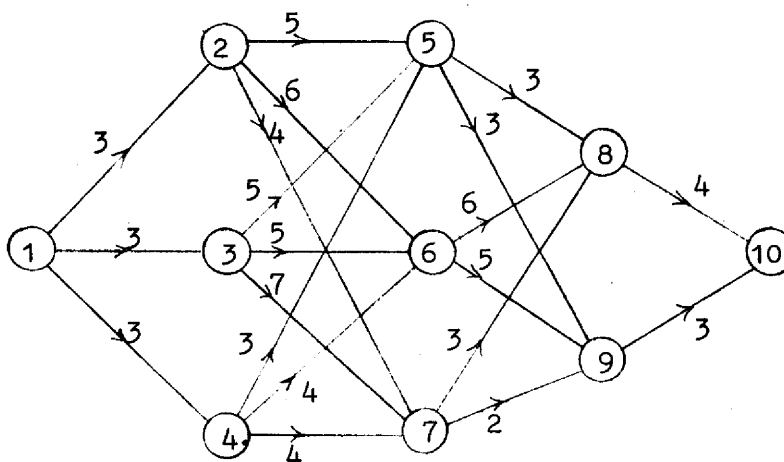
(20%)

Andaikan kesemua pembolehubah adalah selanjar.

(b) Apakah kesan terhadap  $L$  ,  $L_q$  ,  $W$  dan  $W_q$  bagi sistem giliran M/M/1 apabila kedua-dua  $\lambda$  dan  $\mu$  digandakan  $n$  kali (multiplied by  $n$ ) ?

(20%)

3. (a) Bagi rangkaian di bawah, cari lintasan terpanjang dari nod 1 ke nod 10 dengan menggunakan aturcara dinamik.



(45%)

- (b) Juga bagi rangkaian di atas, cari lintasan terpendek dari nod 2 ke nod 10 dengan Kaedah Dijkstra.

(40%)

- (c) Nyatakan syarat-syarat yang memerlukan penggunaan kaedah simpleks 2-fasa di dalam pengaturcaraan linear.

(15%)

4. (a) Papan suis telefon (telephone switchboard) di sebuah bangunan dikawal oleh seorang operator yang melayan kesemua panggilan masuk dan keluar. Panggilan-panggilan masuk dan keluar tiba mengikut taburan Poisson, masing-masing dengan kadar min 20 sejam dan 16 sejam. Operator dapat melayan, pada puratanya, 60 panggilan sejam. Taburan masa untuk melayan panggilan-panggilan adalah eksponen negatif.

- (i) Apakah bilangan min bagi panggilan-panggilan yang sedang menunggu?
- (ii) Apakah masa menunggu min bagi setiap panggilan?
- (iii) Apakah kebarangkalian satu panggilan terpaksa tunggu lebih dari 6 minit?
- (iv) Apakah hasil tambah bagi masa-masa menunggu min panggilan-panggilan keluar pada setiap jam?

- (v) Firma ini bercadang untuk mendapatkan alatan baru yang akan membolehkan panggilan-panggilan keluar untuk kawasan tempatan dibuat secara terus, tanpa melibatkan operator. Ini menyebabkan kadar min panggilan keluar tiba di papansuis turun kepada 8 sejam. Kos menyewa alatan baru ini adalah \$240 sebulan (= 200 jam bekerja). Kos purata sejam bagi permintaan membuat panggilan ke luar adalah dianggarkan \$9. Adakah firma ini perlu memasang alatan ini. [Petunjuk: Cari kos per jam tanpa alatan baru dan cari kos per jam apabila alatan dipasang ]

(75%)

- (b) Bagi sistem giliran M/M/1 , persamaan hidup-mati memberikan:

$$\lambda p_0 = \mu p_1$$

$$(\lambda + \mu) P_n = \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} \quad \text{bagi } n = 1, 2, 3, \dots$$

yang mana ketibaan adalah proses Poisson dengan kadar min  $\lambda$ , layanan adalah eksponen negatif dengan kadar min  $\mu$ , dan  $p_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) adalah kebarangkalian mantap terdapat  $k$  pelanggan di dalam sistem.

- (i) Apakah syarat untuk membolehkan kebarangkalian mantap wujud?

(5%)

- (ii) Tunjukkan bahawa

$$p_n = (1 - \rho) \rho^n$$

yang mana  $\rho = \lambda/\mu$ .

(20%)

5. (a) Taburan Poisson dengan parameter  $\alpha$  adalah

$$p_n(t) = \frac{\alpha^n}{n!} e^{-\alpha}, \quad \alpha = \lambda t$$

Cari min dan varians taburan ini.

(25%)

- (b) Pertimbangkan dua sistem giliran berikut:

Sistem A : M/M/1 dengan kadar ketibaan  $\lambda$  dan kadar  
layanan  $3\mu$

Sistem B : M/M/3 dengan kadar ketibaan  $\lambda$  dan kadar  
layanan  $\mu$

Sistem manakah lebih cekap, iaitu yang mempunyai W dan L yang lebih kecil?

[Petunjuk : Pertimbangkan kadar-kadar ketibaan dan layanan, keamatan trafik,  $\rho$ ]

(25%)

- (c) Rangkaian restoran sukaramai McNaim ingin membeli koc-koc keretapi usang untuk dijadikan restoran-restoran. Kegiatan yang terlibat di dalam usaha ini adalah seperti di bawah:

	<u>Prajadian</u>	<u>Tempoh</u> <u>Minggu</u>
A. Beli koc & ubahsua	-	10
B. Beli perkakasan restoran	-	3
C. Cari pekerja restoran	-	1
D. Pilih dan beli tapak	-	2
E. Dapatkan lesen	D	7
F. Persiapan tapak	E	7
G. Alih koc-koc ke tapak	AF	5
H. Pasang bekalan gas, elektrik & air	G	4
I. Pasang perkakasan	D,H	4
J. Hias koc-koc	BH	3
K. Beli bahan-bahan makanan	I,J	6
L. Iklan	G	3
M. Latih pekerja restoran	CI	4
N. Mulakan operasi percubaan	K,L	7
O. Mulakan perniagaan	M,N	-

Cari lintasan genting dan minggu terawal pembukaan restoran.

(50%)



**LAMPIRAN****Rumus-Rumus Bagi Teori Giliran**

## 1. M/M/1

$$p_n = P(N = n) = (1 - \rho)\rho^n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \rho = \lambda/\mu$$

$$L = E(N) = \rho/(1 - \rho)$$

$$L_q = E(N_q) = \rho^2/(1 - \rho)$$

$$W = L/\lambda, \quad W_q = L_q/\lambda$$

$$W(t) = P(W \leq t) = 1 - e^{-t/w}$$

$$W_q(t) = P(q \leq t) = 1 - \rho e^{-t/w}$$

## 2. M/M/s

$$p_0 = \left[ \sum_{i=0}^{s-1} \frac{(s\rho)^i}{i!} + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)} \right]^{-1} \quad \rho = \lambda/s\mu$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{(s\rho)^n}{n!} p_0 & n = 1, 2, \dots, s \\ \frac{(s\rho)^n}{s! s^{n-s}} p_0 & n = s+1, s+2, \dots \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(s\rho)^{s+1}}{s!(1-\rho)^2} p_0 \quad L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$