

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1993/94

April 1994

EUM 202 - Matematik Kejuruteraan IV

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab EMPAT (4) soalan

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

$$1. \quad (a) \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Buktikan bahawa  $\underline{X} \cdot \underline{Y} = 0$ ,  $\|\underline{X}\| > 2 \|\underline{Y}\|$ ,

$\|\underline{x} + \underline{y}\| = \|\underline{X}\| + \|\underline{Y}\|$ . Kemudian carilah sudut di antara  $(\underline{x} - \underline{y})$  dan  $(\underline{x} + \underline{y})$ .

(30%)

(b) Selesaikan sistem linear yang berikut menggunakan kaedah matriks songsang.

$$x_1 - x_4 = 1, \quad 2x_1 + x_3 = 5, \quad x_2 + 3x_3 = 0$$

(25%)

(c) Selesaikan persamaan haba:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 6x, \quad u(0, 0, 0) = u(0, L, 0) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, 0, 0) = \frac{\partial u}{\partial y}(0, 0, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(0, 0, 0) = -4$$

(45%)

2. (a) Jika  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Buktikan  $\underline{A}^T \underline{A}$  ialah matriks simetri .

Dengan menggunakan kesamaan penjelmaan bagi menurunkan matriks ke bentuk berkanun, dapatkan matriks yang sama dalam bentuk matriks pepenjuru.

(35%)

(b) Selesaikan sistem berikut menggunakan jelmaan Laplace:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{x}_0 = \underline{0}$$

(40%)

(c) Selesaikan persamaan gelombang dengan kaedah D'Alembert.

$$4 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x, 0) = 2x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = x$$

(25%)

3. (a) Berikan takrifan pangkat bagi suatu matriks. Dapatkan pangkat bagi matriks:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ -7 & -6 & 4 & 1 \\ 6 & 9 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

Kiralah penentu,  $|\underline{A}^2|$  dan penentu,  $|\underline{A}^{-1}|$

(25%)

- (b) Menggunakan kaedah Cayley-Hamilton, selesaikan sistem yang berikut:-

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}, \quad \underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(4%)

- (c) Selesaikan persamaan kebezaan separa yang berikut:-

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x}$$

(35%)

4. (a) Takrifkan matriks Hermitian dan seterusnya carilah nilai-nilai  $a$ ,  $b$  dan  $c$  dalam matriks yang berikut:

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 2 & (c-2)i & bi \\ (a+b)i & c & 3i \\ -5i & (a+c)i & -7 \end{bmatrix}$$

(15%)

(b) Jika  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ,

carilah nilai eigen dan vektor eigen bagi setiap matriks yang berikut:-

$$\underline{A}\underline{B}, \quad \underline{A}^{-1}\underline{B}, \quad \underline{A}\underline{B}^{-1}, \quad \underline{A}^{-1}\underline{B}^{-1}$$

(50%)

- (c) Selesaikan persamaan resapan,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(0, t) = 0, \quad u(L, 0) = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 1$$

(35%)

- 6 -

5. (a) Jika  $\underline{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  dan  $\underline{y} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

ialah dua vektor yang tertakrif dalam ruang vektor, carilah,

$$\|\underline{x}\| \quad \|\underline{x} \times \underline{y}\| + \underline{x} \cdot \underline{y} \quad \text{dan}$$

$$\text{sudut di antara } [(\underline{x} + \underline{y}) \times \underline{y}] \quad \text{dan} \quad [(\underline{y} - \underline{x}) \times \underline{x}]$$

(40%)

(b) Selesaikan sistem yang berikut menggunakan kaedah petua Cramer.

$$2x_1 - x_3 = 0 \quad , \quad x_1 + x_2 + x_3 = 3 \quad , \quad x_2 + 5x_3 + 1 = 0$$

(25%)

(c) Jika  $w(x,y) = u(x,y) + v(x,y)$ , yang mana  $u$  dan  $v$  memuaskan persamaan Laplace dan rumus  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$  dan

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{carilah :}$$

(i)  $u(x,y)$  jika  $v(x,y) = e^x \cos y - e^{-y} \sinh x$

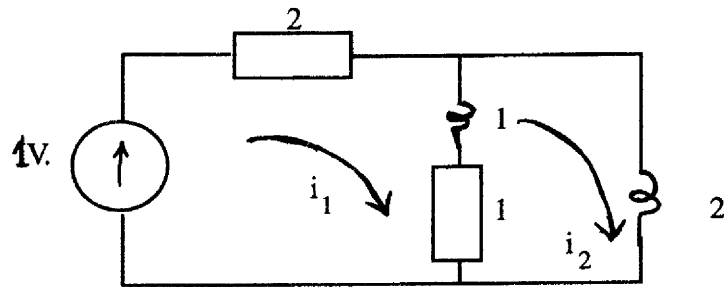
(ii)  $v(x,y)$  jika  $u(x,y) = x^2 - y^2 + \sin x \sinh y$

(35%)

6. (a) Turunkan  $[\underline{B} \underline{B}^T]^{-1}$ , yang mana

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

- (b) Dapatkan masa sambutan bagi arus  $i_1$  dan  $i_2$  dalam litar yang berikut :



(40%)

- (c) Selesaikan  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} + x$ .

(30%)