UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semeter Tambahan
Sidang Akademik 1993/94

Jun 1994

EUM 202 - MATEMATIK KEJURUTERAAN IV

Masa : [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 4 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **EMPAT** soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

1. (a) Jika $\underline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\underline{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ialah dua vektor, dapatkan

$\| \underline{x} \times \underline{y} \|$, $\| (2\underline{x} - 3\underline{y}) \quad \times \quad (3\underline{x} + 2\underline{y} \|$, $(\underline{x} + z\,\underline{y}) \cdot (2\underline{x} - \underline{y})$,

dan sudut di antara $\underline{x}$ dan $\underline{y}$, dan juga di antara $(\underline{x} \times \underline{y})$ dan $(\underline{x} + \underline{y})$

(70%)

(b) Selesaikan $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial u}{\partial x} - 2x$

(30%)

2. (a) Dengan menggunakan penghapusan Gauss - Jordan, tentukan matriks songsang bagi matriks $\underline{A}$ dan penentu bagi B, yang mana;

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -4 \\ -6 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & -8 \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 7 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

(50%)

(b) Selesaikan $x^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = y^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + y \dfrac{\partial u}{\partial y} + x$

(50%)

3. (a) Selesaikan sistem yang berikut menggunakan aturan Crammer.

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \quad , \quad 2x_1 - x_2 - x_3 = 3 \quad , \quad -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1$

(35%)

(b) Permudahkan bentuk kuadratik berikut:

$x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1 x_2 = 6x_2 x_3$ , dan dapatkan bentuk Kanonikalnya. ("canonical form").

(30%)

(c) Selesaikan persamaan gelombang $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 u}{dx^2}$ dengan kaedah D'Almbert,

yang mana; $U(x, o) = \sin x$ , $\dfrac{\partial u}{\partial t}(x, o) = 2\cos x$ .

(35%)

4. (a) Dapatkan pangkat, nilai eigen dan vektor eigen bagi matriks yang berikut:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 1 & 6 & -5 \\ 2 & -3 & 4 \\ -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

(60%)

(b) Jika $U(x,y) = V(x,y) + W(x, y)$ memuaskan persamaan Laplace dan rumus

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial x}$$

( i) Carilah V jika $W = x^2 + y^2 + \sin\ x \sinh y$

(ii) Carilah W jika $V = xy + e^x \cos y$

(40%)

5. (a) Selesaikan dengan menggunakan kaedah Cayley - Hamilton bagi sistem berikut:

$$\dot{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{X}o = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(60%)

(b) Jika U(x, y) = X (x) + Y(y) Selesaikan;

$$\frac{1}{x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(y^2+1\right)\frac{\partial u}{\partial y} = x + 2y \quad , \quad U(1,0) = 0$$

(40%)

6. (a) Dapatkan rekabentuk sistem kawalan yang optimum yang berikut:

$$\dot{\underline{X}} = \begin{bmatrix} a & 2 & o \\ o & a & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \underline{U}$$

$$\underline{Y} = [\, a \quad 2b \quad 4\,]\, \underline{X}$$

(40%)

(b) Selesaikan persamaan haba;

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 9\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad , \quad U(x,y,t)$$

$$U(o,y,t) = 0 \qquad , \quad U(L,y,t) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,0,0) = 2 \qquad , \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x,o,t) = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}(0,0,0) = -4\Pi$$

(60%)

oooOOOooo