UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1995/96

Oktober/November 1995

EUM 201 - Matematik Kejuruteraan III

Masa [**3 jam**]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **7 muka surat bercetak** dan **ENAM soalan** sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

JAWAB **DUA** SOALAN BAHAGIAN A
dan
JAWAB **DUA** SOALAN BAHAGIAN B.

Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi tiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN A

1. (a) Suatu zarah bergerak sepanjang laluan $\bar{r} = (t^3 - t)\,\bar{i} + 4t^2\,\bar{j} + t\cos\pi t\,\bar{k}$ yang mana $\bar{r}$ ialah vektor kedudukan zarah pada masa t. Kiralah;

   (i) panjang laluan itu pada masa t = 1;

   (ii) fungsi vektor, $\bar{r} \times \bar{r}''$ pada masa t = 1;

   (iii) halaju dan kecepatan zarah pada masa t = 1.

(30 %)

   (b) Jika $\phi = xyz - 2y^2 z + x^2 z^2$ dan $F = x^2 yz\,\bar{i} + xyz^2\,\bar{j} + y^2 z\,\bar{k}$ tentukan pada titik (2, 1, 1),

   (i) $\nabla\phi$ (ii) $\nabla . F$ (iii) $\nabla \times F$

   (iv) $\nabla \times (\nabla \times F)$ (v) $\nabla \times (\nabla\phi)$

(40%)

   (c) Kiralah keikalan bagi medan vektor $F = y^k e^z\,\bar{i} + 3xy^{k-1} e^z\,\bar{j} + xy^k e^z\,\bar{k}$ Dapatkan nilai k supaya medan vektor F adalah suatu medan yang tidak berputar.

(30%)

2. (a) Apakah terbitan berarah bagi fungsi vektor, $\phi(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ searah dengan vektor $\bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$ pada titik $(2, -1, 1)$.

(30%)

(b) Tunjukkan bahawa medan vektor,

$$F = (10xy + \text{kos } x)\,\bar{i} + (5x^2 + 3z^2)\,\bar{j} + 6yz\,\bar{k}$$

adalah abadi. Seterusnya carilah fungsi upaya ϕ supaya $F = \nabla\phi$.

(30%)

(c) Dapatkan kamiran permukaan $\iint_s z^2 ds$ yang mana s tertakrif sebagai permukaan semi sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \geq 0$, dan dibatasi oleh $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ pada sukuan pertama.

(40%)

3. (a) Tunjukkan bahawa medan vektor

$$F = (\sin x - y^2 z)\,\bar{i} - 2xyz\,\bar{j} - (xy^2 + e^z)\,\bar{k}$$

adalah abadi. Seterusnya carilah fungsi upaya ϕ supaya $F = -\nabla\phi$.

(30%)

(b) Kerja yang dilakukan oleh daya F bagi menggerakkan suatu zarah diberi oleh kamiran garis, $W = \int_c F dr$ yang mana c ialah laluan bagi zarah tersebut.

Jika $F = y\bar{i} - x\bar{j} + \frac{z^2}{h}\bar{k}$ ialah daya yang menggerakan zarah tersebut sepanjang laluan berbentuk pilin (spiral) yang berjejari a dan tinggi $2\pi h$ terhadap paksi z, carilah kerja yang dilakukan oleh daya tersebut.

[Petua: Persamaan parameter garis lengkung c ialah $x = a$ kos t, $y = a \sin t$, $z = ht$, $0 \le t \le 2\pi$].

(30%)

(c) Dengan menggunakan teorem kecapahan dapatkan nilai, $\int_s F.nds$ yang mana $F = xy\bar{i} + y^2\bar{j} + az\bar{k}$. dan s ialah permukaan bagi kiub yang dibatasi oleh $0 \le x \le a$, $0 \le y \le a$, $0 \le z \le a$, dan n ialah vektor normal ke arah luar setiap permukaan kiub itu.

(40%)

BAHAGIAN B

4. Persamaan haba berdimensi satu diberikan seperti yang berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad ; \quad c^2 = \frac{K}{sr}$$

u(x, t) ialah haba bagi suatu batang dawai nipis,

K ialah keberaliran terma,

s ialah haba spesifik,

r ialah ketumpatan dawai.

Katakan panjang dawai ialah L, suhu pada $x = 0$ dan $x = L$ ialah $0°C$ dan suhu awal dawai ialah f(x). Dengan menggunakan pemisahan pemboleh ubah dan siri Fourier, tunjukkan bahawa

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{n\pi x}{L} e^{-\lambda_n^2 t}, \quad \lambda_n = \frac{cn\pi}{L}$$

dengan

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

(n = 1, 2, 3, ...)

Cari suhu u(x, t) bagi suatu batang kuprum 80 sm panjang yang sisinya tertebat jika suhu awal ialah $100 \sin\left(\frac{\pi x}{80}\right)$°C dan hujungnya bersuhu 0° C.

[Data bagi kuprum: ketumpatan 8.92 gm/cal^3,
haba spesifik 0.092 cal/gm °C
keberaliran haba 0.95 cal/cm saat °C]

(100%)

5. (a) Gunakan petua Simpson untuk menganggar $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ dalam 10 subselang. Dapatkan ralat maksimum bagi anggaran itu.

(30%)

(b) Gunakan petua trapezium untuk menganggar $\int_0^2 e^{x^2} dx$ dengan ralat maksimum bernilai 1.

(30%)

(c) Seorang jurutera sedang menyelia pengeluaran 3 jenis cat (I, II dan III). Tiga jenis bahan kimia A, B dan C diperlukan untuk pengeluaran. Amaun (dalam tan) yang diperlukan untuk menghasilkan setiap jenis cat ialah:

Cat	A (tan)	B (tan)	C (tan)
I	5	10	10
II	4	9	13
III	1	4	15

Jumlah bahan kimia A, B dan C yang boleh diperoleh pada setiap hari ialah masing-masingnya 3.4, 8.8 dan 19.2 tan. Dengan menggunakan kaedah Doolittle, tentukan jumlah tan cat bagi setiap jenis yang boleh dihasilkan setiap hari.

(40%)

6. (a) Suatu model ringkas bagi kadar pertumbuhan populasi diberikan oleh $\frac{dp}{dt} = Gp$

dengan G ialah kadar pertumbuhan populasi (setiap tahun), $\frac{dp}{dt}$ ialah kadar perubahan bagi populasi p dan t ialah masa (dalam tahun).

Pada masa t = 0, sebuah pulau mempunyai populasi 10000 orang. Jika G = 0.075 setahun, gunakan kaedah Euler untuk meramalkan populasi pada t = 3 tahun dengan saiz langkah 0.5 tahun.

(50 %)

(b) Pertimbangkan masalah nilai awal yang berikut:

$$\frac{dy}{dx} = y + x^2 \text{ , } y(0) = 1$$

Cari y(1) dengan h = 0.2 menggunakan kaedah Runge-Kutta.

(50%)

oooOOOooo