UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1994/95

Oktober/November 1994

EUM 201 - Matematik Kejuruteraan III

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 8 mukasurat bercetak dan TUJUH (7) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

1. (a) Suatu objek bergerak sepanjang lintasan $R(t) = (t^3 - t)\vec{i} + 4t^2\vec{j} + t \text{ Cos } \Pi t\vec{k}$ yang mana $\vec{R}(t)$ ialah vektor kedudukan objek tersebut dan t ialah masa. Kiralah halaju objek dan kelajuannya pada masa t = 1.

(30%)

(b) Carilah terbitan berarah $\theta = xy^2 + x^2z + yz^2$ pada titik (1, -1, 2) dalam arah vektor $\vec{u} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$

(30%)

(c) Jika $\vec{F} = x^2 y^3 \vec{i} + yz^2\vec{j} + zx^2\vec{k}$ ialah medan daya, carilah kerja $\int_c \vec{F}.dR$ yang dilakukan bagi menggerakkan suatu unit objek sepanjang lengkungan C yang mempunyai persamaan parameter $x = 3t^2$, $y = t$, $z = 2t^3$ dari titik $P_1\,(3, -1, -2)$ ke titik $P_2\,(3, 1, 2)$

(40%)

2. (a) Jika $\phi = xy^2 + x^2z + yz^2$ dan $\vec{F} = xy^2\vec{i} - 2yz\vec{j} + xyz\vec{k}$ tentukan;

(i) kecerunan ϕ ;

(ii) kecapahan $\vec{F}$;

(iii) keikalan $\vec{F}$;

(iv) kecapahan kecerunan ϕ

(v) keikalan kecerunan ϕ

(vi) kecapahan keikalan $\vec{F}$

pada titik (1, -1, 2).

(50%)

(b) Nyatakan Teorem Kecapahan Gauss. Menggunakan Teorem ini, tentukan $\int_s \vec{F}.d\vec{s}$, yang mana $\vec{F} = x\vec{i} + xy\vec{j} + 2\vec{k}$ terletak di atas rantau yang dibatasi oleh satah $z = 0, z = 4, x = 0, y = 0$ dan $x^2 + y^2 = 9$ pada sukuan pertama ruang tiga dimensi.

(50%)

3. (a) Nyatakan salah satu syarat supaya $\vec{F}$ merupakan medan vektor abadi.

Tentukan samada medan vektor yang berikut abadi atau tidak.

(i) $\vec{F} = (2xy + z)\,\vec{i} + (x^2 + 2yz)\vec{j} + (x + y^2)\,\vec{k}$

(ii) $\vec{F} = (2xz + y)\,\vec{i} + (z + x)\vec{j} + (x^2 + y)\,\vec{k}$

(iii) $\vec{F} = 2xy\vec{i} + (x^2 + 4yz)\,\vec{j} + 2y^2z\vec{k}$

(40%)

(b) Nyatakan Teorem Stokes.

Tentusahkan Teorem Stokes jika $\vec{F} = y\vec{i} + z^2\vec{j} + xy\vec{k}$, dan S ialah permukaan yang dibatasi oleh satah $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 2$, $z = 1$ pada sukatan pertama ruang tiga dimensi.

(60%)

4. (a) Selesaikan persamaan kebezaan separa;

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + y \frac{\partial u}{\partial y} + x$$

(50%)

(b) Menggunakan kedua-dua operator analisis perbezaan terhingga (ke depan dan ke belakang) dapatkan rumus interpolasi Newton bagi fungsi $f(x) = \ln x$, dan anggapkan x mempunyai selang yang sama [1, 6]. Tentukan nilai yang tepat dan nilai penghampiran bagi $\ln(3.721)$.

(50%)

5. (a) Selesaikan persamaan gelombang;

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 9\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 6x$$

$$u(0,0,0) = 1,\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,y,0) = \frac{\partial u}{\partial y}(x,0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0,0,0) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0,y,t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}(0,0,2) = 0$$

(60%)

(b) Dapatkan rumus interpolasi La grange bagi data yang berikut:

x	:	0	2	5	6
f(x)	:	6	8	3.5	4.8

2   - 4.5   - 1.3

Kemudian carilah nilai f(1.5) dan f (4).

(40%)

6. (a) Jika u (x,y) = v (x,y) + w (x,y) memuaskan persamaan Laplace/Cauchy, carilah:

(i) $v(x, y)$ jika $w(x, y) = x^2 + y^2 + \sin x \sinh y$

(ii) $w(x, y)$ jika $v(x, y) = xy + e^x \cos y$

(50%)

(b) Menggunakan kaedah Newton/Jacobean, selesaikan sistem tak linear,

$$2x_1^2 + x_2^2 - x_1(2 + x_2) = 0$$

$$x_1(1 + x_2) + x_2^2 = 1$$

Anggapkan nilai awal ialah $x_1^0 = x_2^0 = 0.5$

Carilah bilangan lelaran bagi ketepatan nilai = 10^{-3}

(50%)

7. (a) Menggunakan kaedah D'Alembert, selesaikan masalah nilai sempadan:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x,0) = \sin x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 6x^2$$

(30%)

(b) Selesaikan persamaan kebezaan tak linear; $y' = x \sinh xy^2$. Dapatkan nilai y pada lelaran kedua menggunakan kaedah Henn, Simpson dan Runge-Kutta. Anggapkan nilai awal: $x^0 = 0$, $y^0 = 1$ dan panjang langkah $h = 0.1$ (**Nota**: gunakan y^1 dari keputusan Henn bagi analisis Simpson).

(70%)

oooOOOooo